

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Дербентский профессионально-педагогический колледж им. Г.Б.Казиахмедова»

Комплект

контрольно-оценочных средств

дисциплины **ОП.10 Численные методы**

для специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование

Дербент, 2025

КОС дисциплины составлен в соответствии с рабочей программой ОП.10
Численные методы

Организация-разработчик: ГБПОУ ДППК им. Г.Б.Казиахмедова

Разработчики:

Абдулхаликова Индира Магомадовна, преподаватель ДППК им. Г.Б.Казиахмедова;
Мирзоева Диляра Магомедовна, преподаватель ГБПОУ ДППК им. Г.Б.Казиахмедова

Содержание

1. Общие положения	4
2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке	4
3. Распределение оценивания результатов обучения по видам контроля	5
4. Контрольно-оценочные материалы для оценки освоения умений и знаний в текущем контроле	6
4.1 Компьютерное тестирование	6
4.2 Практические работы	9
5. Контрольно-оценочные материалы для промежуточной аттестации	12
5.1. Задания промежуточной аттестации	12

1. Общие положения

Комплект контрольно-оценочных средств предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, изучающих программу учебной дисциплины ОП.10 Численные методы.

Комплект контрольно-оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме **экзамена**.

Комплект контрольно-оценочных средств разработан в соответствии с основной профессиональной образовательной программой по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование и рабочей программой учебной дисциплины ОП.10 Численные методы.

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Основные показатели оценки результатов
У1 Использовать основные численные методы решения математических задач	применение соответствующих численных методов для решения конкретных математических задач
У2 Выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи	определение наиболее эффективного численного метода для решения поставленной задачи
У3 Давать математические характеристики точности исходной информации и оценивать точность полученного численного решения	определение характеристик исходных данных для выбора подходящего метода решения и оценивание точности полученного численного решения
У4 Разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата	разработка алгоритмов и программ для решения вычислительных задач, с учетом необходимой точности получаемого результата
З1 Методы хранения чисел в памяти электронно-вычислительной машины (далее – ЭВМ) и действия над ними, оценку точности вычислений	знание способов представления приближенных чисел в ЭВМ и действий над ними; выполнение оценки точности вычислений
З2 Методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ	владение и определение оптимального метода решения математических задач, таких как интегрирование, дифференцирование, решение линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью математических пакетов

3. Распределение оценивания результатов обучения по видам контроля

Наименование элемента умений или знаний	Тема по программе дисциплины	Виды аттестации	
		Текущий контроль	Промежуточная аттестация
У1 Использовать основные численные методы решения математических задач	Тема 2. Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений Тема 3. Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) Тема 6. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	выполнение практических работ 2-6, 12-13	выполнение экзаменационного практического задания
У2 Выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи	Тема 2. Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений Тема 4. Интерполирование и экстраполирование функций Тема 5. Численное интегрирование	выполнение практических работ 2-3, 7-11	
У3 Давать математические характеристики точности исходной информации и оценивать точность полученного численного решения	Тема 1. Элементы теории погрешностей Тема 2. Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений Тема 4. Интерполирование и экстраполирование функций Тема 5. Численное интегрирование	выполнение практических работ 1-3, 7-11	
У4 Разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата	Тема 3. Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) Тема 4. Интерполирование и экстраполирование функций Тема 5. Численное интегрирование Тема 6. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	выполнение практических работ 4-13	
З1 Методы хранения чисел в памяти электронно-вычислительной машины (ЭВМ) и действия над ними, оценку точности вычислений	Тема 1. Элементы теории погрешностей	компьютерное тестирование	выполнение экзаменационного теоретического задания
З2 Методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных	Тема 2. Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений Тема 3. Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) Тема 4. Интерполирование и экстраполирование функций Тема 5. Численное интегрирование	компьютерное тестирование	

уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ	Тема 6. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений		
--	---	--	--

4. Контрольно-оценочные материалы для оценки освоения умений и знаний в текущем контроле

4.1 Компьютерное тестирование

Для компьютерного тестирования используется тестовая система Информационно-образовательного портала ГПОУ ПК г. Новокузнецка.

Проверка 31-32

Вариант тестового задания (выбор одного или нескольких правильных ответов)

- Какая панель инструментов в MathCad используется для построения функций самими пользователями?
 - Вычисление
 - Программирование
 - Символьные вычисления
 - Калькулятор
- Какой оператор MathCad позволяет введённые уравнения рассматривать как систему?
 - Origin
 - Given
 - Find
 - Root
- В каком виде должна быть записана система уравнений, при решении её с помощью ЭВМ?
 - линейном
 - векторном
 - матричном
 - степенном
- Задача о нахождении решения дифференциального уравнения первого порядка, удовлетворяющего заданному начальному условию, называется задачей ...
 - Эйлера
 - Пикара
 - Рунге-Кутты
 - Коши
- Какие параметры следует проанализировать при обработке числовых данных методом наименьших квадратов для определения наиболее подходящей функции? (выберите три варианта ответа)
 - абсолютную погрешность
 - сумму квадратов отклонений исходных значений от вычисленных значений
 - сходимость исходных значений и приближающей функции на графике
 - относительную погрешность
 - корреляцию
- Как называется цифра числа, если абсолютная погрешность этого числа не превосходит половины единицы разряда, в котором стоит эта цифра?
 - верная в широком смысле
 - верная в строгом смысле
 - сомнительная
 - значащая
- Какой из методов численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений является простейшим?
 - метод Эйлера

- b) метод Зейделя
- c) метод Ньютона
- d) метод Рунге-Кутты

8. Какой метод не относится к численным методам решения обыкновенных дифференциальных уравнений?
- a) метод Эйлера
 - b) метод Эйлера-Коши
 - c) метод Ньютона
 - d) метод Рунге-Кутты
9. В каком методе численного интегрирования точки генерируются случайным образом?
- a) Монте-Карло
 - b) Симпсона
 - c) Лагранжа
 - d) Ньютона-Котеса
10. При использовании какой формулы численного интегрирования получается наименьшая погрешность?
- a) формулы прямоугольников
 - b) формулы трапеций
 - c) формулы парабол (Симпсона)
 - d) формулы круга
11. Выберите формулы, которые используются при численном интегрировании (три варианта ответа)
- a) формулы прямоугольников
 - b) формула трапеций
 - c) формула парабол (Симпсона)
 - d) формула круга
12. Вычисление значений таблично заданной функции за пределами диапазона значений аргумента, отраженного в таблице называется...
- a) оптимизацией
 - b) интерполяцией
 - c) экстраполяцией
 - d) интеграцией
13. Функция, которая на каждом частичном отрезке интерполяции является алгебраическим многочленом, а на всем заданном отрезке непрерывна вместе с несколькими своими производными?
- a) сплин
 - b) полином
 - c) сплайн
 - d) итерация
14. Нахождение приближающей функции по исходным числовым данным называется ...
- a) интерполяцией
 - b) экстраполяцией
 - c) интеграцией
 - d) интеграцией
15. При решении системы уравнений каким методом, сходимость зависит от выбранного способа метризации пространства?
- a) методом Гаусса
 - b) методом итераций
 - c) методом Зейделя
 - d) методом Крамера
16. Как называется этап последовательного исключения неизвестных при решении системы уравнений методом Гаусса?

- a) обратный ход
 - b) диагональный ход
 - c) перекрестный ход
 - d) прямой ход
17. Что означает итерация в переводе с латыни?
- a) повторение
 - b) построение
 - c) решение
 - d) деление
18. Выберите методы решения уравнений (три варианта ответа)
- a) метод итераций
 - b) метод интерполяции
 - c) метод хорд
 - d) метод касательных
19. Процедура нахождения отрезков, на которых уравнение имеет только одно решение?
- a) отделение отрезков
 - b) отделение корней
 - c) метод половинного деления
 - d) метод отрезков
20. Что значит решить уравнение? (выберите три варианта ответа)
- a) установить имеет ли уравнение корни
 - b) определить число корней уравнения
 - c) найти значения корней уравнения с требуемой точностью
 - d) определить неустранимую погрешность
21. Приближенное число записано правильно, если в его записи все цифры ...
- a) сомнительные
 - b) значащие
 - c) верные
 - d) двоичные
22. Как называется цифра числа, если её абсолютная погрешность не превосходит единицы разряда, в котором стоит эта цифра?
- a) верная в широком смысле
 - b) верная в строгом смысле
 - c) сомнительная
 - d) значащая
23. Величина какой погрешности характеризует качество приближения?
- a) предельной погрешности
 - b) погрешности метода
 - c) абсолютной погрешности
 - d) относительной погрешности
24. Модуль разности точного и приближенного значений – это ...
- a) абсолютная погрешность
 - b) относительная погрешность
 - c) предельная погрешность
 - d) погрешность метода
25. Какого вида погрешности не существует?
- a) неустранимая погрешность
 - b) погрешность формулы
 - c) погрешность метода
 - d) вычислительная погрешность

Ключ к тесту:

1. ___	2. ___	3. ___	4. ___	5. ___	6. ___	7. ___	8. ___	9. ___	10. ___	11. ___	12. ___	13. ___
b	b	c	d	b,c,e	b	a	c	a	c	a,b,c	c	c
14. ___	15. ___	16. ___	17. ___	18. ___	19. ___	20. ___	21. ___	22. ___	23. ___	24. ___	25. ___	
a	b	d	a	a,c,d	b	a,b,c	c	a	d	a	b	

Время на выполнение - 25 минут

Критерии оценки

Количество правильных ответов составляет:

- 90% и более – отлично;
- 70-89,9% – хорошо;
- 50-69,9% – удовлетворительно;
- менее 50% – неудовлетворительно.

4.2 Практические работы

В данном разделе приведены задания практических работ, направленные на формирование умений У1-4, а также закрепление знаний З1-2. Практические работы содержат задания по использованию численных методов решения математических задач; выбору оптимального численного метода для решения поставленной задачи; определению математических характеристик точности исходной информации и оцениванию точности полученного численного решения; разработке алгоритмов и программ для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.

Время на выполнение практической работы - 90 минут.

Пр.р. №1 «Вычисление погрешностей результатов арифметических действий над приближёнными числами»

Цель работы: выработать навыки работы с приближенными числами, применения формул погрешностей элементарных функций и арифметических действий; научиться работать в среде MathCAD в режиме калькулятора.

Формируемые умения и навыки: У3, З1.

Задание 1

Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры (согласно варианту):

- а) в строгом смысле,
- б) в широком смысле.

Задание 2

Число x (согласно варианту), все цифры которого верны в строгом смысле, округлить до трех значащих цифр. Для полученного результата $x_1 \approx x$ вычислить границы абсолютной и относительной погрешностей. В записи числа x_1 указать количество верных цифр по абсолютной и относительной погрешностям.

Задание 3

Вычислить значение величины z (согласно варианту) при заданных a , b и c , с систематическим учетом абсолютных погрешностей после каждой операции и с помощью метода границ. Найти абсолютную и относительную погрешности z , и определить по ним количество верных цифр в z , если цифры a , b и c верны в строгом смысле.

Пр.р. №2 «Решение уравнений методом половинного деления и итераций»

Цель работы: сформировать у студентов представление о применении уравнений в различных областях деятельности, привить знания об основных этапах решения уравнения, выработать навыки использования методов половинного деления и итераций для уточнения корня уравнения и выбора того или иного программного средства для проверки правильности

найденного результата.

Формируемые умения и навыки: У1, У2, У3, З2.

Задание

Отделить корни уравнения (согласно варианту) графически и уточнить один из них с точностью $\varepsilon=0,001$ методом половинного деления и методом итераций.

Комментарий к заданию: создать функцию, реализующую указанный метод, построить графическую иллюстрацию метода, результаты проверить с помощью встроенных функций, оценить точность полученных значений.

Пр.р. №3 «Решение уравнений методами хорд и касательных»

Цель работы: сформировать навыки использования различных методов для уточнения корня уравнения и выбора того или иного программного средства для проверки правильности найденного результата.

Формируемые умения и навыки: У1, У2, У3, З2.

Задание

Отделить корни уравнения (согласно варианту) графически и уточнить один из них с точностью $\varepsilon = 0,001$ методами хорд и касательных.

Комментарий к заданию: создать функции, реализующие указанные методы, построить графическую иллюстрацию методов, результаты проверить с помощью встроенных функций, оценить точность полученных значений.

Пр.р. №4 «Решение СЛАУ методом Гаусса»

Цель работы: сформировать у студентов представления о прямых методах решения систем линейных уравнений, выработать умения составлять и применять алгоритмы и программы для решения систем уравнений, дать навыки в использовании программных средств для решения систем уравнений.

Формируемые умения и навыки: У1, У4, З2.

Задание

Решить систему уравнений с тремя неизвестными (согласно варианту) методом Гаусса с точностью $\varepsilon = 0,001$. Составить функцию, реализующую метод, проверить решение с помощью встроенных функций пакета MathCAD.

Пр.р. №5 «Решение СЛАУ методом итераций»

Цель работы: сформировать у студентов представления об итерационных методах решения систем линейных уравнений, выработать умения составлять и применять алгоритмы и программы для решения систем уравнений.

Формируемые умения и навыки: У1, У4, З2.

Задание

Решить систему уравнений с тремя неизвестными (согласно варианту) методом простой итерации с точностью $\varepsilon = 0,001$. Составить функцию, реализующую метод, проверить решение с помощью встроенных функций пакета MathCAD.

Пр.р. №6 «Решение СЛАУ методом Зейделя»

Цель работы: выработать умения составлять и применять алгоритмы и программы для решения систем уравнений, сформировать навыки в использовании программных средств для решения систем уравнений.

Формируемые умения и навыки: У1, У4, З2.

Задание

Решить систему уравнений с тремя неизвестными (согласно варианту) методом Зейделя итерации с точностью $\varepsilon = 0,001$. Составить функцию, реализующую метод, проверить решение с помощью встроенных функций пакета MathCAD.

Пр.р. №7 «Составление интерполяционных формул Лагранжа»

Цель работы: сформировать у студентов представления о применении интерполирования функций для решения различных задач, привить умения составлять и применять интерполяционные формулы Лагранжа заданной степени и оценивать их погрешности, дать навыки в использовании программных средств для проверки полученных результатов.

Формируемые умения и навыки: У2, У3, У4, З2.

Задание

Построить по имеющимся табличным данным (согласно варианту) интерполяционный многочлен Лагранжа. Найти значение функции в точке x , используя интерполяционный многочлен Лагранжа, построить графическую иллюстрацию интерполирования.

Пр.р. №8 «Составление интерполяционных формул Ньютона»

Цель работы: сформировать у студентов представления о применении интерполирования функций для решения различных задач, привить умения составлять и применять интерполяционные формулы Ньютона и оценивать их погрешности, дать навыки в использовании программных средств для проверки полученных результатов.

Формируемые умения и навыки: У2, У3, У4, З2.

Задание

Функция задана таблично. Используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона, вычислить значения функции в точках x_1 и x_2 (согласно варианту), оценить погрешность.

Пр.р. №9 «Нахождение интерполяционных многочленов сплайнами»

Цель работы: сформировать у студентов представления о применении интерполирования функций для решения различных задач, привить умения составлять и применять интерполирование сплайнами, дать навыки в использовании программных средств для проверки полученных результатов.

Формируемые умения и навыки: У2, У3, У4, З2.

Задание

Интерполируемая функция задана таблицей (согласно варианту), состоящей из четырех узлов.

Найти значения коэффициентов b_i , c_i , d_i , определяющих кубический сплайн на трех частичных отрезках. Проанализировать, что будет в случае увеличения количества заданных значений x_i .

Пр.р. №10 «Вычисление интегралов методом прямоугольников»

Цель работы: ознакомиться с численными методами вычисления определенных интегралов, научиться решать задачи с использованием формул правых и левых прямоугольников и оценивать погрешность формул.

Формируемые умения и навыки: У2, У3, У4, З2.

Задание

Найти приближенное значение интеграла заданной функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ (согласно варианту) по формулам прямоугольников, при делении отрезка на 1000 равных частей, произвести оценку погрешности методов интегрирования и сравнить точность полученных результатов.

Пр.р. №11 «Вычисление интегралов методом трапеций и парабол»

Цель работы: ознакомиться с численными методами вычисления определенных интегралов, научиться решать задачи с использованием формулы Симпсона и трапеций, оценивать погрешность формул.

Формируемые умения и навыки: У2, У3, У4, З2.

Задание

Найти приближенное значение интеграла заданной функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ (согласно

варианту) по формулам трапеций, Симпсона, при делении отрезка на 1000 равных частей, произвести оценку погрешности методов интегрирования и сравнить точность полученных результатов.

Пр.р. №12 «Применение метода Эйлера для решения дифференциальных уравнений»

Цель работы: сформировать у студентов представления о применении ДУ в различных областях; развить умения решать задачу Коши для ДУ $y' = f(x, y)$ на отрезке $[a, b]$ при заданном начальном условии $y_0 = f(x_0)$ методами Эйлера; развить навыки проверки полученных результатов с помощью прикладных программ.

Формируемые умения и навыки: У1, У4, З2.

Задание

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на отрезке $[a, b]$ при заданном начальном условии $y_0 = f(x_0)$ и шаге интегрирования h методом Эйлера и усовершенствованным методом Эйлера с шагом h и $h/2$.

Решение должно содержать: ход работы, программу метода, графическое решение уравнения и оценку погрешности приближений. В числах оставлять 5 цифр после запятой.

Пр.р. №13 «Применение метода Рунге-Кутта для решения дифференциальных уравнений».

Цель работы: сформировать у студентов представления о применении ДУ в различных областях; развить умения решать задачу Коши для ДУ $y' = f(x, y)$ на отрезке $[a, b]$ при заданном начальном условии $y_0 = f(x_0)$ методом Рунге—Кутты; развить навыки проверки полученных результатов с помощью прикладных программ.

Формируемые умения и навыки: У1, У4, З2.

Задание

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на отрезке $[a, b]$ при заданном начальном условии $y(a) = c$ и шаге интегрирования h методом Рунге-Кутты.

Решение должно содержать: ход работы, программу метода, графическое решение уравнения и оценку погрешности приближений. В числах оставлять 5 цифр после запятой.

Критерии оценки практических работ

Оценка «отлично» выставляется, если решение содержит ход работы, программу функции, реализующую указанный метод, графическую иллюстрацию методов, результаты проверены с помощью встроенных функций, выполнена оценка точности полученных результатов, работа выполнялась самостоятельно;

Оценка «хорошо» выставляется, если решение содержит ход работы, программу функции, реализующую указанный метод, графическую иллюстрацию методов, результаты проверены с помощью встроенных функций, выполнена оценка точности полученных результатов, но в процессе выполнения требовалась помощь преподавателя;

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если в решении отсутствует или не корректно функционирует какой-либо из этапов решения: ход работы, программа функции, реализующей указанный метод, графическая иллюстрация метод, результаты проверены с помощью встроенных функций, выполнена оценка точности полученных результатов;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если в работе отсутствует решение поставленной задачи.

5. Контрольно-оценочные материалы для промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации по учебному плану – экзамен.

5.1. Задания промежуточной аттестации

Экзамен проводится по билетам (15 вариантов).

Экзаменационные билеты для проверки У1-4, З1-2.

Билет №1

1. Методы интегрирования функции, их сравнение, влияние на точность численного интегрирования величины шага h .
2. Нахождение приближающей функции в виде квадратичной функции $F(x,a,b,c) = ax^2 + bx + c$?
3. Построить по имеющимся табличным данным интерполяционный многочлен Лагранжа. Найти значение функции в точке $x=0,702$, используя интерполяционный многочлен Лагранжа.

x	0,43	0,48	0,55	0,62	0,70	0,75
y	1,63597	1,73234	1,87686	2,03045	2,22846	2,35973

Примечание: Формула для построения интерполяционного многочлена Лагранжа

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x-x_0) \dots (x-x_{i-1})(x-x_{i+1}) \dots (x-x_n)}{(x_i-x_0) \dots (x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1}) \dots (x_i-x_n)}$$

Билет №2

1. Суть приближения таблично заданной функции по методу наименьших квадратов.
2. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений методом Эйлера-Коши.
3. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры:
 - а) 0,5746 в строгом смысле,
 - б) 42,884 в широком смысле.

Билет №3

1. Как образуются конечные разности? Как связаны конечные разности и производная?
2. Нахождение приближающей функции в виде линейной функции $F(x,a,b)=ax+b$?
3. Найти приближенное значение интеграла функции $f(x) := \sqrt[3]{x+5}$ на отрезке $[0;8]$ по формулам прямоугольников, при делении отрезка на 1000 равных частей, произвести оценку погрешности метода интегрирования и сравнить точность полученных результатов.

Примечание: формула левых прямоугольников: $F_L = \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i) \Delta x$,

формула правых прямоугольников: $F_R = \sum_{i=1}^N f(x_i) \Delta x$,

Билет №4

1. Интерполяция. Узлы интерполяции. В чем заключается задача нахождения интерполирующего многочлена?
2. Конечная разность первого, второго и N-го порядков. Как они находятся?
3. Найти приближенное значение интеграла заданной функции $f(x) = \frac{8}{(3x+4)^2}$ на отрезке $[0;1]$ по формуле трапеций, при делении отрезка на 100 равных частей, произвести оценку погрешности метода интегрирования и сравнить точность полученных результатов.

Примечание: формула трапеций $F_N = \left(\frac{1}{2} f(x_0) + \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i) + \frac{1}{2} f(x_N) \right) \Delta x$.

Билет №5

1. Построение интерполяционного многочлена Лагранжа. Определение погрешности метода

интерполяции с помощью формулы Лагранжа.

- Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений методом Эйлера.
- Найти приближенное значение интеграла заданной функции $\frac{8}{(3x+4)^2}$ на отрезке $[0;1]$ по формуле Симпсона, при делении отрезка на 500 равных частей, произвести оценку погрешности метода интегрирования и сравнить точность полученных результатов.

Примечание: формула Симпсона:

$$F_N = \frac{1}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \dots + 2f(x_{N-2}) + 4f(x_{N-1}) + f(x_N)] \Delta x \dots$$

Билет №6

- Первая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов и её погрешность.
- Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты.
- Отделить корни уравнения $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$ графически и уточнить один из них с точностью $\epsilon = 0,001$ методом хорд.

$$x_{n+1} = \frac{cF(x_n) - x_n F(c)}{F(x_n) - F(c)},$$

Примечание: формула метода хорд

Билет №7

- Основная идея метода Монте-Карло, графическая интерпретация и оценка погрешности метода.
- Численное интегрирование методом прямоугольников, графическая интерпретация и оценка погрешности метода.
- Решить задачу Коши методом Эйлера для дифференциального уравнения $\frac{d}{dx}y(x) = 0,185(x^2 + \cos(0,7x)) + 1,843y$ на отрезке $[0,2;1,2]$ при заданном начальном условии $y(0,2) = 0,25$ и шаге интегрирования $h = 0,1$. Решение должно содержать: ход работы, программу метода, графическое решение уравнения и оценку погрешности приближений. В числах оставлять 5 цифр после запятой.

Примечание: последовательные формулы по методу Эйлера

$$\Delta y_k = hf(x_k, y_k),$$

$$y_{k+1} = y_k + \Delta y_k.$$

Билет №8

- Вторая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов и её погрешность.
- Численное интегрирование методом трапеций, графическая интерпретация и оценка погрешности метода.
- Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры:
 - 0,3825 в строгом смысле,
 - 0,44745 в широком смысле.

Билет №9

- Интерполяция сплайнами.
- Общая постановка задачи численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
- Найти приближенное значение интеграла заданной функции $f(x) = \sqrt{1 + \cos^2 x}$ на отрезке $[0;3]$ по формуле трапеций, при делении отрезка на 100 равных частей, произвести оценку погрешности метода интегрирования и сравнить точность полученных результатов.

Примечание: формула трапеций: $F_N = \left(\frac{1}{2} f(x_0) + \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i) + \frac{1}{2} f(x_N) \right) \Delta x$.

Билет №10

1. Постановка задачи численного интегрирования.
2. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений методом Эйлера-Коши.
3. Построить по имеющимся табличным данным интерполяционный многочлен Лагранжа. Найти значение функции в точке $x=0,203$, используя интерполяционный многочлен Лагранжа.

x	0,02	0,08	0,12	0,17	0,23	0,30
y	1,02316	1,09590	1,14725	1,21483	1,30120	1,40976

Примечание: Формула для построения интерполяционного многочлена Лагранжа

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x-x_0) \dots (x-x_{i-1})(x-x_{i+1}) \dots (x-x_n)}{(x_i-x_0) \dots (x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1}) \dots (x_i-x_n)}$$

Билет №11

1. Численное интегрирование методом Симпсона, графическая интерпретация и оценка погрешности метода.
2. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений методом Эйлера.
3. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры:
 - а) 4,8556 в строгом смысле,
 - б) 0,0748 в широком смысле.

Билет №12

1. Интерполяция. Узлы интерполяции. В чем заключается задача нахождения интерполирующего многочлена?
2. Суть приближения таблично заданной функции по методу наименьших квадратов.
3. Найти приближенное значение интеграла заданной функции $f(x) = \frac{8}{(3x+4)^2}$ на отрезке $[0,1]$ по формулам прямоугольников, при делении отрезка на 1000 равных частей, произвести оценку погрешности метода интегрирования и сравнить точность полученных результатов.

Примечание: формула левых прямоугольников: $F_L = \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i) \Delta x$,

$$\text{формула правых прямоугольников: } F_R = \sum_{i=1}^N f(x_i) \Delta x,$$

Билет №13

1. Интерполяция сплайнами.
2. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты.
3. Найти приближенное значение интеграла заданной функции $f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{-x}$ на отрезке $[0,1;1,1]$ по формуле трапеций, при делении отрезка на 100 равных частей, произвести оценку погрешности метода интегрирования и сравнить точность полученных результатов.

Примечание: формула трапеций: $F_N = \left(\frac{1}{2} f(x_0) + \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i) + \frac{1}{2} f(x_N) \right) \Delta x$.

Билет №14

1. Общая постановка задачи численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Нахождение приближающей функции в виде линейной функции $F(x,a,b)=ax+b$?

3. Найти приближенное значение интеграла заданной функции $f(x) = \frac{-21}{(6+7x)^2}$ на отрезке $[-2;0]$

по формуле Симпсона, при делении отрезка на 500 равных частей, произвести оценку погрешности метода интегрирования и сравнить точность полученных результатов.

Примечание: формула Симпсона:

$$F = \frac{1}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \dots + 2f(x_{N-2}) + 4f(x_{N-1}) + f(x_N)] \Delta x.$$

Билет №15

1. Первая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов и её погрешность.
2. Суть приближения таблично заданной функции по методу наименьших квадратов.
3. Отделить корни уравнения $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$ графически и уточнить один из них с точностью $\epsilon = 0,001$ методом касательных.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{F(x_n)}{F'(x_n)} \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Примечание: формула метода касательных

Время на выполнение – 45 мин.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.

- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат 303540294533635982749676679132712847518854643065

Владелец Аскендерова Джамиля Букаровна

Действителен с 11.03.2025 по 11.03.2026