Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Дербентский профессионально-педагогический колледж им. Г.Б.Казиахмедова»

Комплект
контрольно-оценочных средств
дисциплины **ЕН.02 Дискретная математика**

для специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование

Дербент, 2025

КОС дисциплины составлены в соответствии с рабочей программой ЕН.02 Дискретная математика

Организация-разработчик: ГБПОУ ДППК им. Г.Б.Казиахмедова

Разработчики:

Махмудова Наима Гаджиевна, зам.директора по УР ГБПОУ ДППК им. Г.Б.Казиахмедова;
Мирзоева Дилара Магомедовна, преподаватель ГБПОУ ДППК им. Г.Б.Казиахмедова

1. Общие положения

Контрольно-оценочные средства (КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Дискретная математика».

КОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета.

КОС разработаны на основании положений:

- основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки специальности СПО 09.02.07 Информационные системы и программирование;

- программы учебной дисциплины ЕН.02. Дискретная математика с элементами математической логики.

2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)
У1. Применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики.
У2. Формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения
З 1. Основные принципы математической логики, теории множеств и теории алгоритмов.
З 2. Формулы алгебры высказываний.
З 3. Методы минимизации алгебраических преобразований.
З 4. Основы языка и алгебры предикатов.
З 5. Основные принципы теории множеств.

3. Распределение оценивания результатов обучения по видам контроля

Наименование элемента умений или знаний	Формулировка темы по программе учебной дисциплины	Виды аттестации	
		Текущий контроль	Промежуточная аттестация
У1, У2, З1	Тема 1.1. Алгебра высказываний	Устный опрос Практическое занятие	Дифференцированный зачет
У1, У2, З2	Тема 1.2. Булевы функции	Устный опрос Практическое занятие	
З1, З2, З5	Тема 2.1. Основы теории множеств	Устный опрос Практическое занятие	
З4. У1	Тема 3.1. Предикаты	Устный опрос Практическое занятие	
З1, У1	Тема 4.1. Основы теории графов	Устный опрос Самостоятельная работа Практическое занятие	
З1, У1	Тема5.1. Элементы теории алгоритмов	Устный опрос Практическое занятие	

4. Структура заданий текущего контроля
4.1. Типовые задания для оценки освоения раздела
Тема 1.1. Алгебра высказываний

Устный опрос

1. Логика – это наука о…
2. Понятие – это…
3. Умозаключение – это…
4. Приведите примеры понятий.
5. Определите, какие из следующих предложений являются высказываниями, а какие нет:

а) Математика – царица наук.
б) Ты знаешь теорию вероятности?
в) Выучиурок, заданный по алгебре.
г) Есть школьники, которые знают математику на «5».
д) Все школьники любят математику.

6. Даны высказывания

А – Идет дождь
В – Прогулка отменяется
С – Я вымокну.
D – Я останусь дома.

Переведите следующее сложное высказывание на русский язык: А и (не В или не D) → С

7. Определите формы следующих сложных высказываний, записав их на языке алгебры логики: Чтобы погода была солнечной, достаточно, чтобы не было ни ветра, ни дождя.
8. Определите, какие высказывания являются тождественно истинными:

а) А и В → С
б) Не А → А или В
в) (А → В) → ((А → С) → (А → В и С))

Практическая работа № 1

Тема: Формулы логики. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований

Цель: научиться упрощать логические формулы с помощью таблиц истинности и с помощью равносильных преобразований

Задание для выполнения практической работы

Вариант 1

1. Проверить с помощью истинностных таблиц, являются ли эквивалентными формулы A и B

$A = (a \to b) \vee c \qquad B = (a \wedge \mathrm{b}) \vee \mathrm{c}$

2. Доказать тождественную истинность формулы двумя способами (с помощью таблиц истинности и равносильных преобразований)

$\left(P \wedge \overline{Q}\right) \to \left(\left(R \wedge \overline{R}\right) \to \left(P \to Q\right)\right)$

3. Упростить выражения

1) $f(a,b) = a \to \overline{a \vee b}$

2) $f(a,b) = \overline{\overline{a \vee b} \wedge \overline{b}}$

3) $f(a,b) = b \wedge \overline{b \to \overline{a}}$

4) $f(a,b) = \overline{a \vee b \wedge \overline{b}}$

5) $f(a,b) = \overline{a \to \overline{b \wedge a}} \to \overline{b}$

6) $f(a,b,c) = \overline{\overline{b \to a \wedge b} \to c \wedge \overline{c}}$

7) $f(a,b) = \overline{a \vee b \wedge \overline{a}} \to a$

8) $f(a,b) = b \leftrightarrow \overline{a \vee b} \to b$

Вариант 2

1. Проверить с помощью истинностных таблиц, являются ли эквивалентными формулы A и B

$A = a \wedge (b \to c) \qquad B = a \vee (a \to c)$

2. Доказать тождественную истинность формулы двумя способами (с помощью таблиц истинности и равносильных преобразований)

$\left(\left(P \to \overline{Q}\right) \wedge \left(\overline{Q} \to P\right)\right) \to \left(P \to R\right)$

3. Упростить выражения

1) $f(a,b) = \overline{a \wedge b} \to a$

2) $f(a,b) = a \wedge \overline{b} \vee \overline{b \wedge a}$

3) $f(a,b) = a \vee \overline{\overline{b} \to a}$

4) $f(a,b) = \overline{a \wedge b \vee \overline{a}}$

5) $f(a,b) = \overline{a \wedge b \to \overline{\overline{a} \vee b}} \vee b$

6) $f(a,b,c) = \overline{a \vee c \to \overline{c \to a}} \vee c$

7) $f(a,b) = \overline{\overline{\overline{b} \to a} \to a} \vee a \wedge \overline{b}$

8) $f(a,b) = a \wedge b \leftrightarrow \overline{a} \to b$

4.2. Типовые задания для оценки освоения раздела
Тема 1.2. Булевы функции

Устный опрос

1) Булевы функции и булева алгебра – определение, аксиомы булевой алгебры. Их применение в преобразованиях.

2) Понятие нормальных форм. Формулировка и использование теоремы о разложении булевой функции по k переменным.
3) Совершенные нормальные формы булевой функции – определение, способы их построения. Привести примеры.
4) Высказывания алгебры логики, операции над ними. Таблицы истинности основных операций и их приоритет. Как можно изменить порядок выполнения действий в формуле алгебры логики?
5) Какова взаимосвязь контактных схем и булевых функций? Применение булевой алгебры для упрощения контактных схем – привести примеры.
6) Карта Карно – внешний вид, способ построения, использование для упрощения булевых функции. Привести примеры.
7) Карты Карно: построение, определения, использование для нахождения упрощенного представления функции, для упрощения частично определенной функции. Привести примеры.
8) Функции алгебры логики частичные и полностью определенные – дать определения, привести примеры, пояснить, как выполняется их упрощение.
9) Функциональная полнота. Примеры базисов, формулы перехода к базису Буля.
10) Классы булевых функций, примеры.
11) Алгебра Жегалкина. Переход от алгебры Жегалкина к алгебре Буля. Многочлен Жегалкина.
12) Теорема Поста (формулировка, применение, примеры)

Практическая работа № 2

Тема: Приведение формул логики к ДНФ, КНФ с помощью равносильных преобразований.

Цель: научиться использовать законы логики Буля для приведения формул к ДНФ и КНФ.

Задание для выполнения практической работы

Максимально упростите выражения своего варианта, воспользовавшись законами логики Буля. Затем с помощью таблиц истинности сравните ваше упрощенное выражение с исходным. (По вариантам)

1. $(a \vee (\bar{d} \vee b)) \wedge ((\bar{a} \wedge (\bar{b} \vee d)) \vee c)) \vee \bar{c} \vee (a \vee (b \wedge \bar{d}))$,
2. $((a \vee c) \wedge (a \vee d)) \wedge (((c \vee (c \wedge b)) \wedge \bar{c}) \vee \bar{a})$,
3. $(\bar{b} \vee d) \wedge ((\bar{d} \wedge c) \vee (a \wedge c) \vee (\bar{d} \wedge \bar{c}) \vee (a \wedge \bar{c})) \wedge (b \vee d)$,
4. $(a \vee \bar{c}) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b}) \wedge (\bar{b} \vee c) \wedge (\bar{a} \vee b) \wedge (b \vee c)$,
5. $(a \vee \bar{c}) \vee ((b \vee \bar{d}) \wedge (\bar{a} \vee \bar{d}) \wedge (d \vee b) \wedge (\bar{a} \vee d)) \vee (a \wedge \bar{c})$,
6. $((\bar{b} \vee \bar{c}) \wedge (a \vee b)) \vee (d \wedge \bar{c}) \vee (((\bar{b} \wedge \bar{a}) \vee c) \wedge (a \vee b))$,
7. $(a \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (b \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge b) \vee (c \wedge \bar{b})$,
8. $((a \vee (c \wedge (b \wedge c))) \wedge \overline{(c \wedge d)} \wedge (c \wedge \bar{d})) \wedge (c \vee (\bar{d} \wedge \bar{c}) \vee d)$,
9. $((a \vee \bar{a}) \wedge (\bar{b} \vee \bar{d}) \wedge (\bar{b} \vee \bar{c}) \wedge (\bar{c} \vee d)) \vee ((\bar{b} \vee c) \wedge (c \vee d))$,

10. $(a \vee \bar{c}) \wedge ((\bar{a} \wedge d) \vee (b \wedge d) \vee (\bar{a} \wedge \bar{d}) \vee (b \wedge \bar{d})) \wedge (a \vee c)$,
11. $((d \wedge \bar{c}) \vee (\bar{d} \wedge \bar{b}) \vee (c \wedge \bar{b})) \wedge ((\bar{d} \wedge b) \vee (c \wedge b)) \wedge (\bar{a} \vee a)$,
12. $((\bar{c} \wedge \bar{d}) \vee (b \wedge c)) \wedge (\bar{a} \vee \bar{d}) \wedge (((\bar{c} \vee \bar{b}) \wedge d) \vee (c \wedge b))$,
13. $((a \vee b) \wedge (\bar{b} \wedge c \wedge d) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c \wedge d) \vee \bar{b} \vee \bar{c} \vee d$,
14. $((a \wedge b) \vee (a \wedge \bar{b})) \vee ((\bar{a} \vee b) \wedge (c \vee \bar{d}) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b}) \wedge (d \vee c))$,
15. $((\bar{b} \wedge c) \vee (\bar{c} \vee d) \vee \bar{a}) \wedge (\bar{a} \vee b \vee \bar{c} \vee d) \wedge \overline{(c \vee d)} \wedge a$,
16. $((b \vee c) \wedge (d \vee (\bar{b} \wedge \bar{c})) \vee (\bar{d} \wedge \bar{a}) \vee ((c \vee b) \wedge (\bar{d} \vee \bar{c}))$,
17. $(b \wedge d) \vee ((c \vee \bar{d}) \wedge (a \vee c) \vee (\bar{d} \vee \bar{c}) \wedge (a \vee \bar{c})) \vee (\bar{b} \wedge d)$,
18. $((\bar{c} \vee d) \wedge (d \vee a)) \vee ((b \vee \bar{b}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{a}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d}) \wedge (\bar{d} \vee a))$,
19. $(a \wedge \bar{d}) \vee (((\bar{c} \wedge \bar{d}) \vee d) \wedge (c \vee b)) \vee ((\bar{d} \vee \bar{c}) \wedge (c \vee b))$,
20. $(((d \vee (d \vee c)) \wedge \bar{d}) \vee \bar{b}) \wedge ((b \vee d) \wedge (b \vee a))$,
21. $((\bar{b} \wedge (\bar{c} \vee a)) \vee d)) \vee \bar{d} \vee (b \vee (c \wedge \bar{a})) \wedge (b \vee (\bar{a} \wedge c))$,
22. $((c \vee \bar{a}) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b}) \wedge (a \vee c) \wedge (\bar{b} \vee a)) \vee (b \wedge \bar{d}) \vee (b \vee d)$,
23. $(d \vee (\bar{a} \wedge \bar{d}) \vee a) \wedge ((b \vee (d \vee (d \wedge c))) \wedge \overline{(c \wedge a)} \wedge (d \wedge \bar{a})$,
24. $(\bar{c} \wedge \bar{b}) \vee (d \wedge c) \vee (\bar{b} \wedge c) \vee (d \wedge \bar{c}) \vee (b \wedge \bar{d})$.

Практическая работа № 3

Тема: Представление булевой функции в виде многочлена Жегалкина, проверка множества булевых функций на полноту.

Цель: овладение навыками представления булевых функций в виде полинома Жегалкина, изучение свойств функционально полных систем.

Задание для выполнения практической работы

1. 1. Выразить с помощью суперпозиции:

1) $\rightarrow$ через 1,$\oplus$,&;

2) &,$\vee$ через $\rightarrow$, $\overline{\ \ }$;

3) $\overline{\ \ }$ через 0, $\rightarrow$;

4) $\overline{\ \ }$,$\vee$, & через $|$ (штрих Шеффера $x|y = \bar{x} \& \bar{y}$);

5) $\overline{\ \ }$,$\vee$, & через $\downarrow$(стрелка Пирса $x \downarrow y = \bar{x} \vee \bar{y}$);

6) $\rightarrow$ через $\overline{\ \ }$ и ~;

7) $\overline{\ \ }$ через $\rightarrow$.

2. Представить многочленом Жегалкина :

1) X→Y;
2) X~Y.

3. Доказать, что самодвойственная функция на противоположных наборах значений переменных принимает противоположные значения.

4. Доказать, что число сомодвойственных функцийц от n переменных равно $2^{2^{m-1}}$

5. Определите, будет ли функция самодвойственной:

1) f(x1,x2,x3)=x1+x2&x3

2) f(x1,x2,x4)=(x1&x3)+x2

3) f(x1,x2,x3)=x3&(x1&x2)

6. Какие функции являются монотонными и почему:

1) f(x1)=x1;

2) f(x1,x2)=x1&x2;

3) f(x1,x2)=x1+x2;

4) f(x1,x2)=x1~x2.

4.3. Типовые задания для оценки освоения раздела
Тема 2.1. Основы теории множеств

Устный опрос

1. Что называется множеством? Приведите примеры множеств.
2. Какое множество называется пустым?
3. В чем отличие конечных множеств от бесконечных?
4. Что называется подмножеством?
5. Какие существуют способы задания множеств?
6. В чем заключается парадокс Рассела?
7. Что такое взаимное включение множеств и в каком случае существует взаимное включение?
8. Что называется объединением, пересечением, разностью и дополнением множеств? В каком случае объединение, пересечение и разность двух множеств равны пустому множеству?
9. Как определяется симметрическая разность множеств?
10. Привести примеры множеств:
   - объединение которых равно их пересечению;
   - пересечение множеств равно 0, а их разность не является пустым множеством.
11. Какие свойства операций над множествами вы знаете?
12. Что представляет собой метод доказательства тождеств с множествами от противного?

Практическая работа № 4

Тема: Множества и основные операции над ними. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна.

Цель: формировать практические навыков задания множеств, выполнения операций над множествами, научиться применять круги Эйлера-Венна в решении задач.

Задание для выполнения практической работы

1 вариант

1. Перечислите несколько элементов, принадлежащих множеству:
а) студентов вашей группы;

б) предметов, изучаемых в этом семестре;

в) субъектов федерации, входящих в Российскую Федерацию.

2. Пусть A – множество многоугольников. Принадлежат ли этому множеству:

а) восьмиугольник;

б) отрезок;

в) параллелепипед;

г) круг?

3. Запишите перечислением элементов следующие множества:

а) A – множество нечетных чисел на отрезке [1; 15];

б) B – множество натуральных чисел, меньших 8;

в) C – множество натуральных чисел, больших 10, но меньших 12;

г) D – множество двузначных чисел, делящихся на 10;

д) E – множество натуральных делителей числа 18.

4. Дано: A = {1;2;5;7;9;11}, B = {1;4;6;7}.

Найти: A∩B, A∪B, A\B, B\A, A Δ B

5. Дано: A = [-3; 7), B = [-4; 4].

Найти: A∩B, A∪B, A\B, B\A, A Δ B

6. Пусть A – множество корней уравнения $x^2 = 4$,

$\text{B} -$ множество корней уравнения $(x+1)(x-2)=0$,

$\text{C} -$ множество корней уравнения $|x| = 1$.

Перечислите элементы множеств:

а) $\text{A} \cup \text{B}$; б) $\text{B} \cap \text{C}$; в) $\text{A} \cap \text{C}$; г) $\text{C} \setminus \text{B}$; д) $\text{B} \setminus \text{C}$; е) $\text{A} \cup \text{B} \cup \text{C}$.

7. Даны множества
A= {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}, B= {3, 4, 5, 6, 7}, C={7, 8, 9}
Найдите следующие множества
$D = (A \cap B) \cup C$; $D = (A \cup B) \cap C$; $D = (A \cap B) \setminus C$; $D = (A \Delta B) \cap C$; $D = (A \cup B) \setminus C$;

$D = (A \cup B) \Delta C$;

8. Решите задачу с использованием диаграмм Эйлера-Венна
«Из 100 ребят, отправляющихся в детский оздоровительный лагерь, кататься на лыжах умеют 30 ребят, на коньках — 28, на роликах — 42. На лыжах и на коньках умеют кататься 8 ребят, на лыжах и на роликах — 10, на коньках и на роликах — 5, а на всех трех — 3. Сколько ребят не умеют кататься ни на коньках, ни на лыжах, ни на роликах?»

2 вариант

1. Перечислите несколько элементов, принадлежащих множеству:
а) юношей вашей группы;

б) дифференцированных зачетов в этом семестре;

в) городов России.

2. Пусть A – множество многоугольников. Принадлежат ли этому множеству:

а) параллелограмм;

б) луч;

в) конус;

г) полукруг?

3. Запишите перечислением элементов следующие множества:

а) A – множество четных чисел на отрезке [3; 17];

б) B – множество натуральных чисел, меньших 11;

в) C – множество натуральных чисел, больших 12, но меньших 15;

г) D – множество двузначных чисел, делящихся на 20;

д) E – множество натуральных делителей числа 16.

4. Дано: A = {3;6;7;10}, B = {2;3;10;12}.

Найти: $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$.

5. Дано: A = [1;6), B = [-1;9].

Найти: $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$.

6. Пусть A – множество корней уравнения $x^2 = 9$,
B − множество корней уравнения $(x + 1)(x - 3) = 0$,
C − множество корней уравнения $|x| = 1$.
Перечислите элементы множеств:

а) $A \cup B$; б) $B \cap C$; в) $A \cap C$; г) $C \setminus B$; д) $B \setminus C$; е) $A \cup B \cup C$.

7. Даны множества
A= {-5, -4, -3 -2, -1, 0, 1, 2, 3}, B= {2, 3, 4, 5, 6}, C={5, 6, 7, 8, 9}
Найдите следующие множества
$D = (A \cap B) \cup C$; $D = (A \cup B) \cap C$; $D = (A \cap B) \setminus C$; $D = (A \Delta B) \cap C$; $D = (A \cup B) \setminus C$;

$D = (A \cup B) \Delta C$;

8. Решите задачу с использованием диаграмм Эйлера-Венна

В классе 38 человек. Из них 16 играют в баскетбол, 17 - в хоккей, 18 - в футбол. Увлекаются двумя видами спорта - баскетболом и хоккеем - четверо, баскетболом и футболом - трое, футболом и хоккеем - пятеро. Трое не увлекаются ни баскетболом, ни хоккеем, ни футболом. Сколько ребят увлекаются одновременно тремя видами спорта? Сколько ребят увлекается лишь одним из этих видов спорта?

Практическая работа № 5

Тема: Исследование свойств бинарных отношений

Цель: научиться выполнять операции над множествами и подмножествами, исследовать свойства бинарных отношений

Задания для практической работы

Вариант 1.

1. Даны множества A={1,2,3}, B={1,2}, C={1,2,3,4}. Какие из приведенных утверждений являются верными?

а) $A \subseteq B$ б) $A \subseteq C$ в) $B \subseteq A$ г) $C \subseteq A$ д) $B \subseteq C$ е) $C \subseteq B$

2. Найдите дополнение множества C до множества D, если

C = {40, 41, 42, 43}; D = {39,40, 41, 42, 43, 44, 45}

3. Найдите область определения и область значения бинарных отношений:

А) R: {(3,1), (4,4), (8,3), (8,7), (9,1), (9,4)};

Б) R: {(1,1), (1,4), (2,1), (3,7), (6,1), (7,4)}

4. Перечислите элементы декартова произведения A × B, если:

а) A = {3, 4, 5}, B = {10, 22};

б) A = {1, 2, 3}, B = ∅.

5. Пусть даны два множества A={2; 3; 5; 7} и B={2; 3; 6}. Отношение задано следующим образом R=$\{(x;\ y) \in A \times B \mid x > y\}$. Задать отношение перечислением пар, матрицей.

6. Пусть даны два множества A={1; 3; 5; 7} и B={1; 3; 4}. Отношение задано следующим образом R=$\{(x;\ y) \in A \times B \mid x + y > 5\}$. Задать отношение перечислением пар, матрицей.

Вариант 2.

1. Даны множества A={3,4,5}, B={3,4}, C={3,4,5,6}. Какие из приведенных утверждений являются верными?

а) $A \subseteq B$ б) $A \subseteq C$ в) $B \subseteq A$ г) $C \subseteq A$ д) $B \subseteq C$ е) $C \subseteq B$

2. Найдите дополнение множества C до множества D, если

C = {30, 31, 32, 33}; D = {29, 30, 31, 32, 33, 34, 35}

3. Найдите область определения и область значения бинарных отношений:

а) R: {(2,1), (5,1), (6,3), (5,7), (7,1), (9,5)};

б) R: {(2,3), (2,4), (3,3), (3,7), (6,7), (7,4)}.

4. Перечислите элементы декартова произведения A × B, если:

а) A = {2, 3, 4}, B = {10, 15};

б) A = {2, 3, 4}, B = ∅.

5. Пусть даны два множества A={0; 2; 4; 6} и B={1; 3; 5; 7}. Отношение задано следующим образом R=$\{(x;\ y) \in A \times B \mid y = x + 1\}$. Задать отношение перечислением пар, матрицей.

6. Пусть даны два множества A={0; 2; 3; 4} и B={1; 3; 5; 7}. Отношение задано следующим образом R=$\{(x;\ y) \in A \times B \mid y + x = 5\}$. Задать отношение перечислением пар, матрицей.

4.4. Типовые задания для оценки освоения раздела

Тема 3.1. Предикаты

Устный опрос

1. Определение одноместного предиката.
2. Область истинности одноместного предиката.
3. Определение тождественно истинного (тождественно ложного) предиката.
4. Определение двухместного предиката.
5. Перечислить логические операции над предикатами и показать области истинности на диаграммах Эйлера- Венна.
6. Что такое и как обозначается квантор общности?
7. Что такое и как обозначается квантор существования?

Практическая работа № 6

Тема: Нахождение области определения и истинности предиката. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции.

Цель: формировать умения находить и изображать область определения и область истинности предиката, научиться навешивать кванторы на предикаты и определять логические значения этих высказываний

Задание для выполнения практической работы

1. Для следующих предложений выделить предикаты и для каждого из них указать область истинности, если область определения для одноместного M=R, для двухместного $M=R^2$:

1) x+5=1;
2) при x=2 выполняется равенство $x^2 – 1 = 0$;
3) существует такое число x, что $x^2 – 2x + 1 =0$;
4) $x^2 – 2x + 1 =0$;
5) однозначное число кратно 3;
7) (x+2)-(3x-4);
8) $x^2 + y^2 >0$.

2. Какие из предикатов тождественно истинны?

1) $x^2 + y^2 \geq 0$;
2) $\sin^2 x + \cos^2 x =1$;
3) $x^2 + 1\geq(x+1)^2$;
4) $x^2 + y^2 > 0$;
5) $(x+1)^2 >x-1$.

3. Найти области истинности предикатов, если $x\in R$:

1) $\sqrt{x-6} = 2$
2) $\frac{x^2+3x+2}{x^2+4x+3}$

4. Изобразить на декартовой плоскости области истинности предикатов: 1) x+y=1;
2) x+3y=3;
3) sinx=siny;
4) (x-2)2 +(y+3)2 =0;
5) (x-2)2 +(y+3)2 ≤4;
6) ((x>2)v(y>1))((x<-1)v(y<-2)).

5.На множестве М = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} заданы предикаты A(x): «х не делится на 5», B(x): «х – четное число», C(x): «х кратно 3». Найти множество истинности предиката: $A(x) \vee B(x) \rightarrow C(x)$.

6. Изобразить на диаграмме Эйлера -Венна область истинности предиката: $(P(x) \rightarrow Q(x)) \vee R(x)\ Q(x)$.

7. Ввести необходимые предикаты и с помощью кванторов записать следующие определения, с помощью законов де Моргана получить их отрицания:

1) Определение предела часовой последовательности.
2) Определение фундаментальной по Коши последовательности.
3) Определение предела функции в точке.
4) Определение непрерывности функции в точке.
5) Определение непрерывной на интервале функции.
6) Определение равномерно непрерывной на интервале функции.

Почему из равномерной непрерывности на **(a, b)** следует непрерывность функции **(a, b)**?

8. Какие из следующих формул тождественно истины?

1) $\forall x(\Phi(x) \rightarrow P(x)) \rightarrow (\forall x\Phi(x) \rightarrow \forall xP(x))$
2) $\forall x(\Phi(x) \rightarrow P(x)) \rightarrow (\exists x\Phi(x) \rightarrow \exists xP(x))$
3) $\exists x(\Phi(x) \rightarrow P(x)) \rightarrow (\forall x\Phi(x) \rightarrow \forall xP(x))$
4) $\exists x(\Phi(x) \rightarrow P(x)) \sim (\forall x\Phi(x) \rightarrow \exists xP(x))$

$\forall x(\Phi(x) \rightarrow P(x)) \sim (\exists x\Phi(x) \rightarrow \forall xP(x))$

4.5. Типовые задания для оценки освоения раздела

Тема 4.1. Основы теории графов

Устный опрос

1. Что называется графом? Ориентированным графом? Приведите примеры.
2. Что такое степень вершины?
3. Перечислите основные понятия, связанные с неориентированными графами.
4. Перечислите основные понятия, связанные с орграфами.
5. В чем состоит аналитический способ задания графа?
6. В чем состоит геометрический способ задания графа?
7. В чем состоит матричный способ задания графа?
8. Что называется маршрутом, циклом и цепью графа?
9. Сформулируйте понятие связности графа. Какой граф называют связным?
10. Какие два графа называются изоморфными?
11. Сформулируйте алгоритм изоморфизма двух графов.
12. Перечислите операции над графами.
13. Дайте определение эйлерова графа.
14. Сформулируйте алгоритм построения эйлерова цикла.
15. Какой граф называют гамильтоновым?
16. Существует ли эйлеров граф, обладающий висячей вершиной?
17. Чем отличается эйлеров путь от гамильтонова?
18. Дайте определение конечного графа.
19. Дайте определение бесконечного графа.
20. Какой граф называется однородным?

Практическая работа № 7

Тема: Графы. Составление матриц смежности и инцидентности

Цель: формировать умения определять свойства графов, строить матрицы инцидентности и смежности

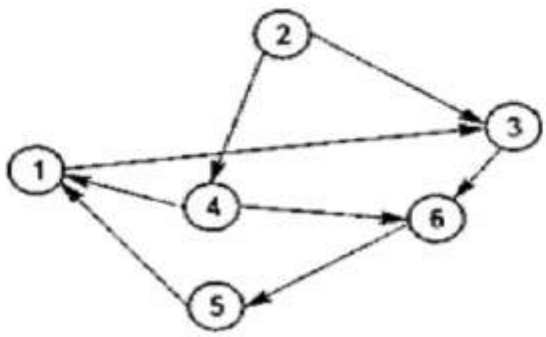
Задание для выполнения практической работы

Вариант 1.

1. Неориентированный граф G=(V, X) задан множеством вершин V={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} и списком ребер X = {(1, 2), (2, 2), (2, 3), (1, 3), (3, 1), (4, 5), (4, 5) (4, 6), (5, 6), (5, 6), (6, 8)}. Выполните действия:

а) Постройте геометрическую реализацию графа.

б) Постройте матрицу инцидентности.
в) Постройте матрицу смежности.
2. Задана геометрическая реализация орграфа G=(V, X) (см. рис.) Выполните действия:
а) Задайте орграф множеством вершин V и списком дуг X.
б) Постройте матрицу инцидентности.
в) Постройте матрицу смежности.

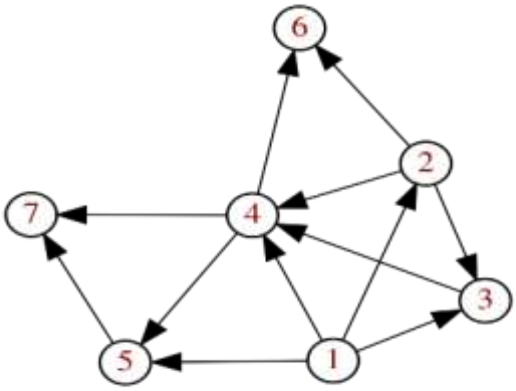


Вариант 2.

1. Неориентированный граф G=(V, X) задан множеством вершин V={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} и списком ребер X = {(1, 2), (2, 3), (2, 3), (1, 3), (2, 1), (4, 5), (4, 6), (4, 6), (4,7)б (5, 6), (5, 7), (7, 8)}. Выполните действия:

а) Постройте геометрическую реализацию графа.
б) Постройте матрицу инцидентности.
в) Постройте матрицу смежности.

2. Задана геометрическая реализация орграфа G=(V, X) (см. рис.)
Выполните действия:
а) Задайте орграф множеством вершин V и списком дуг X.
б) Постройте матрицу инцидентности.
в) Постройте матрицу смежности.



Самостоятельная работа

Тема: Решение задач по теме «Исследование отображений и свойств бинарных отношений с помощью графов»

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1.

1. Найдите область определения и область значения бинарных отношений:

А) R: {(3,1), (4,4), (8,3), (8,7), (9,1), (9,4)};

Б) R: {(1,1), (1,4), (2,1), (3,7), (6,1), (7,4)};

В) R: {(2,1), (5,1), (6,3), (5,7), (7,1), (9,5)};

Г) R: {(2,3), (2,4), (3,3), (3,7), (6,7), (7,4)}.

2. Пусть даны два множества А={2; 3; 5; 7} и В={2; 3; 6}. Отношение задано следующим образом R={$(x; y) \in A \times B \mid x > y$}. Задать отношение перечислением пар, матрицей и графом.

3. Пусть даны два множества А={0; 2; 4; 6} и В={1; 3; 5; 7}. Отношение задано следующим образом R={$(x; y) \in A \times B \mid y = x + 1$}. Задать отношение перечислением пар, матрицей и графом.

4. Даны матрицы отношений, начертить по ним ориентированный граф:

А)

	a	b	c
1	1	0	1
2	1	0	1
3	0	1	1
4	1	0	0

Б)

	a	b	c
1	1	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0

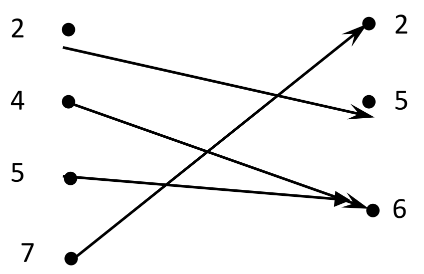
В)

	a	b	c	d
1	1	0	0	1
2	1	0	0	1
3	0	1	0	1
4	1	0	1	0

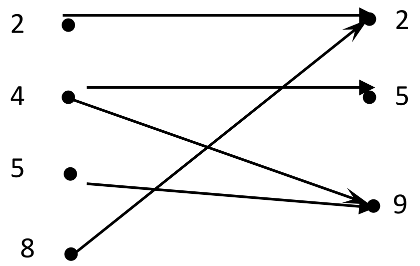
	a	b	c
1	1	0	1
2	0	0	1
3	0	1	1
4	1	0	0
5	0	1	0

7. Дан ориентированный граф, задать по нему матрицу отношений: Г)

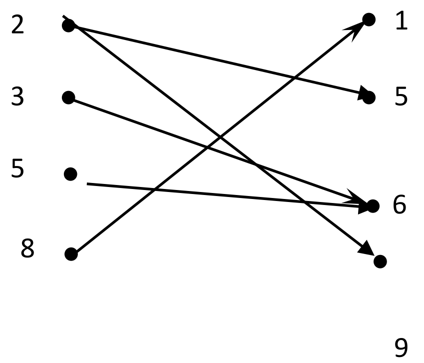
А)



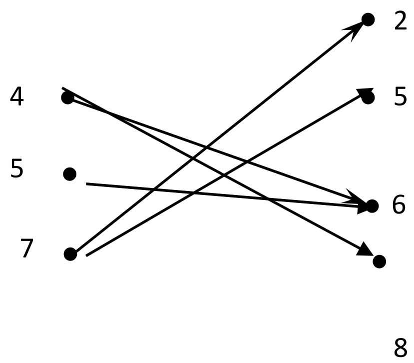
Б)



В)



Г)



8. Дано множество A={1,2,4,5,7,8}. Выпишите упорядоченные пары чисел, принадлежащие следующим бинарным отношениям:

А) R={(x;y): x – делитель y} (то есть y делится нацело на x);

Б) R={(x;y): y – делитель x};

В) R={(x;y): x-y>0};

Г) R={(x;y): x-y<0};

Д) R={(x;y): x*y – простое число}.

9. Даны 2 множества целых чисел на отрезке [2; 9] и [1; 7]. Выпишите упорядоченные пары чисел, принадлежащие следующим бинарным отношениям U={(x;y): x + y = 9}, V={(x;y): x - y = 1}, S={(x;y): x * y = чётное число}, C={(x;y): x * y = нечётное число}.

4.6. Типовые задания для оценки освоения раздела

Тема 5.1. Элементы теории алгоритмов

Устный опрос

1. Что такое алгоритм?
2. Как называется графическое представление алгоритма?
3. Перечислите основные свойства алгоритмов.
4. Что представляет собой машина Тьюринга?
5. Из каких частей состоит машина Тьюринга?

Практическая работа № 8

Тема: Работа машины Тьюринга

Цель: научится строить машины Тьюринга для вычисления функций.

Задание для выполнения практической работы

1. Последовательность натуральных чисел (x1,x2,...,xn) (x1,x2,...,xn) задается на ленте машины Тьюринга как слово
01x101x20...01xn01x101x20...01xn,
где 1x1x обозначает слово 11…111…1, состоящее из x единиц. Предполагается, что остальные клетки ленты содержат нули. Построить машину Тьюринга, осуществляющую заданное преобразование. В начале работы головка показывает на 0 перед крайней левой единицей, и машина находится в состоянии q1q1.

2. Построить машину Тьюринга, которая вычисляет модуль разности любых двух натуральных чисел.

3. Построить машину Тьюринга, которая вычисляет остаток от деления заданного конструктивного натурального числа на 5.

4. Задать определения: МТ, правильно вычисляющей предикат; МТ, вычисляющая предикат с восстановлением. Построить МТ для правильного вычисления предиката.

4.7 Критерии оценки результатов выполнения практических работ:

Оценка ***«отлично»*** - работа выполнена в полном объеме и без ошибок, качество отчета соответствует требованиям оформления документации и сдан своевременно.

Оценка ***«хорошо»*** - работа выполнена в полном объеме и имеет 1-2 ошибки, в отчете имеются незначительные отклонения от требований оформления документации и сдан своевременно.

Оценка ***«удовлетворительно»*** - работа выполнена в неполном объеме, в отчете имеются незначительные отклонения от требований оформления документации и сдан несвоевременно.

Оценка ***«неудовлетворительно»*** - работа выполнена в неполном объеме и имеются ошибки, в отчете имеются значительные отклонения от требований оформления документации и сдан несвоевременно.

Продолжительность каждой практической работы составляет два академических часа.

5. Задания для промежуточной аттестации по дисциплине

Форма промежуточной аттестации: дифференцированный зачёт.

Дифференцированный зачет проводится в тестовой форме по двум вариантам.

5.1. Задания дифференцированного зачета

1. Множество – это …

а) набор каких-либо элементов;

б) перечень одинаковых элементов;

в) совокупность элементов, обладающих некоторым признаком, свойством;

г) совокупность чисел.

2. Каким образом можно задать множество?

а) перечислить все его элементы;

б) перечислить некоторые элементы;

в) указать свойство, которым обладают только элементы, принадлежащие данному множеству.

3. Что называется пересечением множеств?

а) Множество, в которое входят элементы, принадлежащие хотя бы одному из множеств А и В

б) Множество, в которое входят элементы, принадлежащие множеству А , но не принадлежащие множеству В

в) Множество, в которое входят только те элементы, которые принадлежат как множеству А, так и множеству В.

4. Если все элементы множества В входят в множество А, то

а) А является подмножеством множества В

б) В является подмножеством множества А

в) множества А и В равны

г) множества А и В различны

5. Укажите пустые множества:

а) $K=\{x|\ x\in Z,\ 5<x<6\}$.

б) $K=\{x|\ x^2-1=0\}$.

в) $K=\{x|x>5\}$.

г) $K=\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

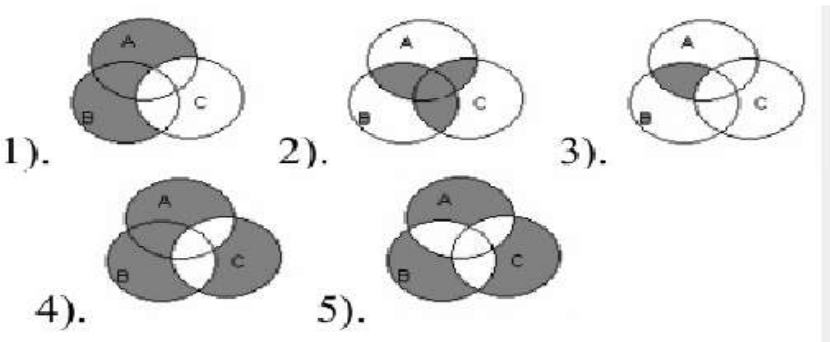
6. Даны множества А = {1;2} В = {2;3}. Найдите декартово произведение АхВ

а) $\{(2;1);(2;2);(3;1);(3;2)\}$ б) $\{(1;2);(1;1);(2;1);(2;2)\}$

в) $\{(1;2);(1;3);(2;2);(2;3)\}$ г) $\{(2;3);(2;2);(3;2);(3;3)\}$

7. Даны множества А = [-3; 7), В = [-4; 4], тогда множество В\А=_______________________

8. Множеству (A∪B∪C)\(A∩B∩C) соответствует диаграмма



9 (2б). Решите задачу с помощью кругов Эйлера. Среди 150 абитуриентов, выдержавших приёмные экзамены в ВУЗ, оценку «отлично» получили: по математике – 48 абитуриентов, по физике – 37, по русскому языку – 42, по математике или физике – 75, по математике или русскому языку – 76, по физике или

русскому языку – 66, по всем трём предметам – 4. Сколько абитуриентов получили только одну пятёрку?

____

10. Какое из следующих выражений не является предикатом?

а) Река *x* впадает в озеро Байкал;

б) *x* и *y* лежат по разные стороны от *z*;

в) *x* перпендикулярна *y*;

г) обозначим через *x* неизвестный множитель.

11. Область истинности предиката – это…

а) множество всех значений переменных;

б) множество {0, 1};

в) множество значений переменных, при которых значение предиката истинно;

г) множество значений переменных, при которых значение предиката истинно или ложно.

12. Как обозначается квантор общности?

а) Θ; б) ∀;

в) ∃; г) #.

13. Постройте отрицание следующего высказывания «Существуют факты, непонятные мудрецам»

а) «Все факты понятны мудрецам»;

б) «Существуют факты, понятные мудрецам»;

в) «Все факты непонятны мудрецам»;

г) «Все факты понятны или непонятны мудрецам».

14. Графом называется…

а) пара двух конечных множеств: множество точек и множество линий, соединяющих некоторые пары точек;

б) пара двух бесконечных множеств: множество точек и множество линий, соединяющих некоторые пары точек;

в) множество линий, соединяющих некоторые пары точек;

г) пара двух конечных множеств: множество точек и множество линий.

15. Если связи между вершинами графа характеризуются определенной ориентацией, то граф называется:

а) циклическим б) взвешенным

в) конечным г) орграфом

16. Связный неориентированный граф, не содержащий циклов, петель и кратных ребер:

а) плоский граф б) дерево

в) лес г) полный граф

17. Если ребро графа соединяет две его вершины, то говорят, что это ребро им…

а) инцидентно б) смежно

в) кратно г) нет верного ответа

18. Ребро, имеющее совпадающие начало и конец, называется

____

19. Вершина графа, имеющая степень, равную нулю, называется:

а) нулевой б) изолированной

в) отдельной г) висячей

20. Эйлеров цикл…

а) содержит каждое ребро только один раз;

б) содержит каждую вершину только один раз;

в) проходит через все вершины и ребра графа только один раз.

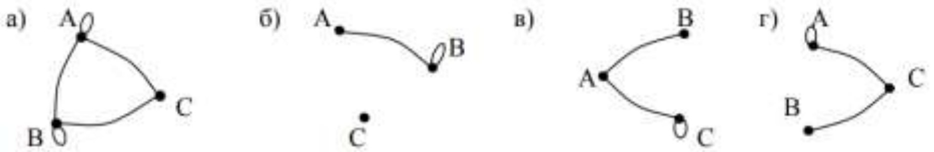
21. Какой из циклов графа с множеством вершин {a,b,c,d,e,f} является гамильтоновым?

а) abeca б) fbecdf
в) abecdfa г) abcdfca

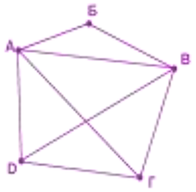
22. Выберите верные утверждения.
В матрице инцидентности для неориентированного графа:
а)bij = 1, если вершина Vi инцидентна ребру Xj;
б) bij = 0, если вершина Vi инцидентна ребру Xj;
в) bij = -1, если вершина Vi не инцидентна ребру Xj;
г) bij = 0, если вершина Vi не инцидентна ребру Xj.

23. Найдите граф, соответствующий матрице смежности

	A	B	C
A	1	1	1
B	1	1	1
C	1	1	0

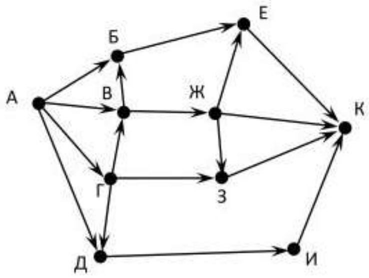


24 (2б). Сколько ребер нужно провести чтобы достроить граф, изображенный на рисунке до полного?



____

25. На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?

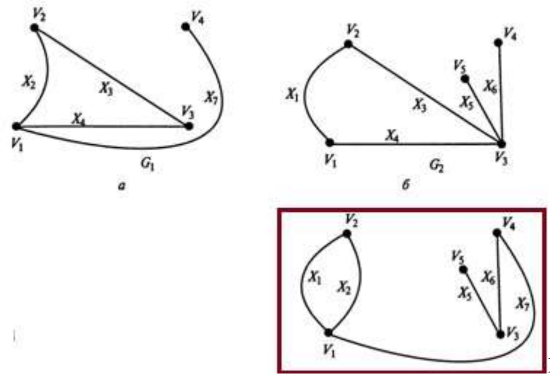


Ответ:______________________

26 (2б). Изобразите с помощью графа договорные отношения между предприятиями А, Б, В, Г, Д, Е, если к рассматриваемому моменту:
- предприятие А установило договорные отношения со всеми другими предприятиями;
-Б установило с Г и Д;
-В установило со всеми предприятиями, кроме предприятия Е.
Сколько вершин и сколько ребер (дуг) имеет полученный граф?

Ответ: _____________________________

27. Какая операция над графами G_1 и G_2 изображена на рисунке в?



в)

а) объединение б) пересечение
в) кольцевая сумма г) подграф

28. Объединение двух высказываний в одно с помощью союза «и» называется:
а) инверсия; б) конъюнкция;
в) дизъюнкция; г) импликация.

29. Выберете операцию алгебры логики, задаваемую таблицей истинности:

a	b	c
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

а) конъюнкция; б) дизъюнкция;
в) импликация; г) эквиваленция

30 (3б). Составьте таблицу истинности для формулы
$$\left(P \wedge \overline{Q}\right) \to \left(\left(R \wedge \overline{R}\right) \to \left(P \to Q\right)\right)$$

1.2. Критерии оценивания дифференцированного зачета

Выполнение каждого из заданий теста оценивается в баллах. Максимальное число баллов – 35.

Шкала перевода баллов в отметки:

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
«3»(удовлетворительно)	18-24
«4» (хорошо)	25-31
«5» (отлично)	32-35

6. Перечень материалов, оборудования и информационных источников, используемых в аттестации

1. Спирина М.С. Дискретная математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.С. Спирина, П.А. Спирин. – Москва: Издательский центр «Академия», 2017.

2. Спирина М.С. Дискретная математика. Сборник задач с алгоритмами решений: учеб. пособие для учреждений сред. проф. образования / М.С. Спирина, П.А. Спирин. – Москва: Издательский центр «Академия», 2017.