Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Дербентский профессионально-педагогический колледж им. Г.Б.Казиахмедова»

Комплект
контрольно-оценочных средств
дисциплины **ЕН.01 Элементы высшей математики**

для специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование

Дербент, 2025

КОС дисциплины составлен в соответствии с рабочей программой ЕН.01 Элементы высшей математики

Организация-разработчик: ГБПОУ ДППК им. Г.Б.Казиахмедова

Разработчики:

Махмудова Наима Гаджиевна, зам.директора по УР ГБПОУ ДППК им. Г.Б.Казиахмедова;
Исакова Елена Борисовна, преподаватель ГБПОУ ДППК им. Г.Б.Казиахмедова

1. Общие положения

Контрольно-оценочные средства (КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Элементы высшей математики».

КОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета и экзамена.

КОС разработаны на основании положений:

- основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки специальности СПО 09.02.07 Информационные системы и программирование;

- программы учебной дисциплины ЕН.01. Элементы высшей математики.

2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)
У1. Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений.
У2. Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости.
У 3. Применять методы дифференциального и интегрального исчисления.
У 4. Решать дифференциальные уравнения.
У 5. Пользоваться понятиями теории комплексных чисел.
З 1. Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии
З 2. Основы дифференциального исчисления и интегрального исчисления.
З 3. Основы теории комплексных чисел

3. Распределение оценивания результатов обучения по видам контроля

Наименование элемента умений или знаний	**Формулировка темы по программе учебной дисциплины**	**Виды аттестации**	
		Текущий контроль	**Промежуточная аттестация**
У5, З3	Тема 1. Основы теории комплексных чисел	Устный опрос Практическое занятие	Дифференцированный зачет
У3, З1	Тема 2. Теория пределов	Устный опрос Практическое занятие	
У3, З1, З2	Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной	Устный опрос Практическое занятие	

	действительной переменной		
У3, З1, З2	Тема 4. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	Устный опрос Самостоятельная работа Практическое занятие	
У3, З1, З2	Тема 5. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	Устный опрос Практическое занятие	
У3, З1, З2	Тема 6. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	Устный опрос Практическое занятие	
У3, З2	Тема 7. Теория рядов	Устный опрос Практическое занятие	
У2, У4, З1	Тема 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения	Устный опрос Практическое занятие	
У1, З1	Тема 9. Матрицы и определители	Устный опрос Практическое занятие Самостоятельная работа	Экзамен
У1, З1	Тема 10. Системы линейных уравнений	Устный опрос Практическое занятие	
У2, З1	Тема 11. Векторы и действия с ними	Устный опрос Практическое занятие	
У2, З1	Тема 12. Аналитическая геометрия на плоскости	Устный опрос Практическое занятие	

4. Структура заданий текущего контроля

4.1. Типовые задания для оценки освоения раздела

Тема 1. Основы теории комплексных чисел

Устный опрос

1. Дайте определение мнимой единице.
2. Как вычисляют степени мнимой единицы?
3. Вычислите i^{35}; i^{42}; i^{144}.
4. Какое число называется комплексным?
5. Какие комплексные числа называются чисто мнимыми? Приведите примеры комплексных чисел, чисто мнимых чисел.
6. Какие комплексные числа называются равными?
7. Какие комплексные числа называются сопряженными?
8. Как выполняется сложение, вычитание, умножение, комплексных чисел в алгебраической форме?
9. Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме
10. Как геометрически изображаются комплексные числа?
11. Что называется модулем и аргументом комплексного числа?
12. Запишите формулы ля вычисления модуля и аргумента комплексного числа
13. Как решить квадратное уравнение, если дискриминант его отрицателен?
14. Какие корни и сколько корней имеет квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом?

Практическая работа № 1

Тема: Решение задач с комплексными числами

Цель: овладение умениями и навыками решения задач в комплексных числах

Задание для выполнения практической работы

Вариант 1

1. Решить квадратные уравнения

   а) $x^2+2x+5=0$

   б) $x^2+81=0$

2. Составить квадратное уравнение по его корням:

   $x_1=1+i\sqrt{3}$; $x_2=1-i\sqrt{3}$

3. Найти действительные числа x и y из условия равенства двух комплексных чисел: $5x-2y+(x+y)i=4+5i$

4. Изобразите в комплексной плоскости числа $-6+2i$, $-3-3i$, $4i$, -5, $3+4i$.

5. Разложите многочлен на множители

   $z^2+7z+100$

Вариант 2

1. Решить квадратные уравнения

   а) $x^2-4x+5=0$

   б) $x^2+64=0$

2. Составить квадратное уравнение по его корням:
   $x_1=1+i\sqrt{5}$; $x_2=1-i\sqrt{5}$
3. Найти действительные числа x и y из условия равенства двух комплексных чисел: 5xi-2+4y=9i+2x+3yi.
4. Изобразите в комплексной плоскости числа -5+2i, -3-2i, 4i, -8, 4+4i.
5. $z^2+7z+100$

4.2. Типовые задания для оценки освоения раздела

Тема 2. Теория пределов

Устный опрос

1. Дайте определение предела переменной величины.
2. Перечислите свойства пределов.
3. Как прочитать запись $\lim\limits_{x\to a} f(x)=b$? Дайте определение предела функции в точке.
4. Что называется приращением независимой переменной и приращением функции?
5. Дайте определение непрерывной функции в точке, на отрезке
6. Непрерывность основных элементарных функций
7. Основные теоремы о непрерывных функциях
8. Классификация точек разрыва
9. Дайте определение предела функции на бесконечности. Объясните основной метод раскрытия неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$ на примере вычисления предела.
10. Правило раскрытия неопределенности 0/0.
11. Замечательные пределы.

Практическая работа № 2

Тема: Вычисление пределов функций

Цель: овладение умениями и навыками нахождения пределов функции на бесконечности, в точке.

Задание для выполнения практической работы

Найти пределы функций

Вариант 1. a) $\overline{\lim\limits_{x->3}} \dfrac{6x^2+3x-3}{2x^2-5x+7}$; b) $\lim\limits_{x->2} \dfrac{3x^2-5x-2}{2x^2-x-6}$;

c) $\lim\limits_{x->\infty} \dfrac{2x^2-3x+1}{3x^3+x^2+4}$; d) $\lim\limits_{x->0} \dfrac{\sin 3x}{x}$;

Вариант 2. a) $\lim\limits_{x-2} \dfrac{x^2+6x+9}{x^2-2x+5}$; b) $\lim\limits_{x->-1} \dfrac{4x^2+7x+3}{2x^2+x-1}$;

c) $\lim\limits_{x->\infty} \dfrac{5x^2-2x+1}{2x^2+x-3}$; d) $\lim\limits_{x->0} \dfrac{\sin 2x}{3x}$;

Вариант 3. a) $\lim\limits_{x->2}\dfrac{x^2+8x-4}{x^2-3x+4}$; b) $\lim\limits_{x->3}\dfrac{2x^2-9x+9}{x^2-5x+6}$;

c) $\lim\limits_{x->\infty}\dfrac{2x^2+3x^2-2x}{x^2+5x+1}$; d) $\lim\limits_{x->0}\dfrac{x}{\sin 4x}$;

Вариант 4. a) $\lim\limits_{x->3}\dfrac{x^2+4x\ \ +3}{x^3-5x-6}$; b) $\lim\limits_{x->}\dfrac{5x-x^2-4}{x^2-2x-8}$;

c) $\lim\limits_{x->\infty}\dfrac{3x^{10}-2x+1}{5x^{14}-7x^3-2}$; d) $\lim\limits_{x->10}\dfrac{\sin 8x}{4x}$;

Вариант 5. a) $\lim\limits_{x->4}\dfrac{x^3-2x^2+4}{x^2+x-8}$; b) $\lim\limits_{x->-2}\dfrac{x^2-2x-8}{2x^2+5x+2}$;

c) $\lim\limits_{x->\infty}\dfrac{x^3-7x+10}{2x^2+x-15}$; d) $\lim\limits_{x->0}\dfrac{\sin 9x}{3x}$;

Практическая работа № 3

Тема: Исследование функций на непрерывность

Цель: формирование умений и навыков исследования функций на непрерывность

Задание для выполнения практической работы

Исследуйте функцию на непрерывность, постройте график

Вариант 1.

1. $f(x)=\begin{cases} x+4, & x<-1; \\ x^2+2, & -1\le x<1; \\ 2x, & x\ge 1; \end{cases}$

2. $f(x)=\begin{cases} \cos x, & x\le 0; \\ x^2+1, & 0<x<1; \\ x, & x\ge 1; \end{cases}$

Вариант 2.

1. $f(x)=\begin{cases} x+2, & x\le -1; \\ x^2+1, & -1<x\le 1; \\ -x+3, & x<1; \end{cases}$

2. $f(x)=\begin{cases} -x; & x\le 0; \\ \sin x; & 0<x<\Pi; \\ x-2; & x>\Pi; \end{cases}$

Вариант 3.

1. $f(x)=\begin{cases} -x, & x\le 0; \\ -(x-1)^2, & 0<x<2; \\ x-3, & x\ge 2; \end{cases}$

2. $f(x)=\begin{cases} -x^2, & x\le 0; \\ tgx, & 0<x\le \dfrac{\Pi}{4}; \\ 2, & x>\dfrac{\Pi}{4}; \end{cases}$

Вариант 4.

1. $f(x)=\begin{cases} -x, & x\le 0; \\ x^2, & 0<x\le 2; \\ x+1, & x>2 \end{cases}$

2. $f(x)=\begin{cases} \cos x, & x\le 0; \\ x^2+1, & 0<x<1; \\ x, & x\ge 1; \end{cases}$

Вариант 5.

1. $f(x)=\begin{cases} -(x+1), & x\le -1; \\ (x+1)^2, & -1<x\le 0; \\ x, & x>0; \end{cases}$

2. $f(x)=\begin{cases} -x; & x\le 0; \\ \sin x; & 0<x<\Pi; \\ x-2; & x>\Pi; \end{cases}$

4.3. Типовые задания для оценки освоения раздела

Тема: Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Устный опрос

1. Как найти мгновенную скорость прямолинейного неравномерного движения?
2. Как вычислить угловой коэффициент касательной к кривой в данной точке?
3. Что характеризует скорость изменения функции относительно изменения аргумента? дайте определение производной.
4. Какая функция называется дифференцируемой в точке и на отрезке? Сформулируйте зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
5. Из каких операций складывается общее правило нахождения производной данной функции? Как вычислить частное значение производной?
6. Выпишите в таблицу основные правила и формулы дифференцирования функций.
7. Повторите определение сложной функции. Как найти ее производную?
8. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?
9. В чем заключается механический смысл производной?
10. Что называется производной второго порядка и каков ее механический смысл?
11. Что называется дифференциалом функции, чему он равен, как обозначается и каков его геометрический смысл?

12. Повторите определение возрастающей и убывающей функций. Каковы знаки производной функции в интервалах ее возрастания и убывания?
13. В чем заключается необходимый и достаточный признаки существования экстремума функции с помощью первой производной?
14. Как отыскивают экстремумы функций с помощью второй производной? Почему в точке максимума вторая производная отрицательна, а в точке минимума – положительна?
15. В чем разница между нахождением максимума и минимума функции и нахождении ее наибольшего и наименьшего значения?
16. Как ищется наибольшее и наименьшее значения функции на данной отрезке? Найдите эти значения для функции $y=x^3-3x^2+1$ на отрезке [-1;4].
17. Как определяются геометрически и по знаку второй производной выпуклость и вогнутость кривой?
18. Что называется точкой перегиба и каковы необходимый и достаточный признаки ее существования? Сформулируйте правило нахождения точки перегиба.
19. Асимптоты графика функции.
20. Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?

Практическая работа № 4

Тема: Нахождение производных и дифференциалов высших порядков

Цель: углубление теоретической и практической подготовки, овладение техникой дифференцирования

Задание для выполнения практической работы

1. Вычислить производные второго порядка

1. $y=(5x+1)^{\frac{3}{2}}$;
2. $y=\cos(5x^2+3x-1)$;
3. $y=3x^8-x+51$
4. $y=5(3x-4)^8$
5. $y=\sin(5x-4)$
6. $y=0,5(4x-4)^4$
7. $y=x^{10}-8x^4+3\sqrt{x}$
8. $y=\sin 3x-5x$
9. $y=3x^8-x+51\cos x$
10. $y=0,3(2x-4)^4$

2. Вычислить приближенно с помощью дифференциала значение функции y в заданной точке x.

1. $y=\sqrt[3]{x}, \quad x=7,76.$	2. $y=\sqrt[3]{x^3+7x}, \quad x=1,012.$
3. $y=\left(x+\sqrt{5-x^2}\right)/2, \quad x=0,98.$	4. $y=\sqrt[3]{x}, \quad x=27,54.$
5. $y=\arcsin x, \quad x=0,08.$	6. $y=\sqrt[3]{x^2+2x+5}, \quad x=0,97.$
7. $y=\sqrt[3]{x}, \quad x=26,46.$	8. $y=\sqrt{x^2+x+3}, \quad x=1,97.$
9. $y=x^{11}, \quad x=1,021.$	10. $y=\sqrt[3]{x}, \quad x=1,21.$
11. $y=x^{21}, \quad x=0,998.$	12. $y=\sqrt[3]{x^2}, \quad x=1,03.$
13. $y=x^6, \quad x=2,01.$	14. $y=\sqrt[3]{x}, \quad x=8,24.$
15. $y=x^7, \quad x=1,996.$	16. $y=\sqrt[3]{x}, \quad x=7,64.$
17. $y=\sqrt{4x-1}, \quad x=2,56.$	18. $y=1/\sqrt{2x^2+x+1}, \quad x=1,016.$
19. $y=\sqrt[3]{x}, \quad x=8,36.$	20. $y=1/\sqrt{x}, \quad x=4,16.$

3. Вычислить приближенное значение $\sqrt[n]{a}$, заменяя приращение функции $y=\sqrt[n]{x}$ дифференциалом.

1. n=3, a=125,93
2. n=5, a=242,05
3. n=4, a=256,96
4. n=3, a=216,99
5. n=5, a= 32,85
6. n=4, a=255,16
7. n=3, a=124,07
8. n=5, a=243,95
9. n=4, a= 81,84
10. n=3, a=215,04

Практическая работа № 5

Тема: Исследование функций по общей схеме

Цель: формирование умений и навыков исследования функций и построения графиков.

Задание для выполнения практической работы

Исследуйте функцию по общей схеме и постройте график

Вариант 1.

а) $y = \frac{x-2}{x^2+x-2}$

б) $y=x^3+3x^2-5x-6$

Вариант 2.

а) $y=6x^2-2x^3$

б) $y = \frac{3-x^2}{x+2}$

Вариант 3.

а) $y=x^3+3x^2-9x+1$

б) $y = \frac{1}{x^2-x}$

Вариант 4.

а) $y = x^3 \frac{x^4}{4}$

б) $y = \frac{x^2}{2-2x}$

Вариант 5.

а) $y = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x + 1$

б) $y = \frac{4x^2+9}{6x}$

4.4. Типовые задания для оценки освоения раздела

Тема: Интегральное исчисление функции одной действительной переменной

Устный опрос

1. Что является основной задачей интегрального исчисления?
2. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
3. Если F(x) – первообразная для f(x), то каким равенством связаны они между собой?
4. Какая из двух функций $5x^4$ или x^5+4 является первообразной для другой?
5. Первообразная определяется неоднозначно. Как это нужно понимать?
6. Почему при интегрировании функции появляется произвольная постоянная?
7. Почему одна функция имеет целую совокупность первообразных?
8. Как записать всю совокупность первообразных функций?
9. Что называется неопределенным интегралом?
10. Чем отличается неопределенный интеграл от первообразной функции?
11. Почему интеграл называется неопределенным?
12. Как называются все элементы равенства $\int f(x)dx = F(x) + C$?
13. Чем отличаются друг от друга подынтегральная функция и подынтегральное выражение?
14. Что означает постоянная С в определении неопределенного интеграла?
15. Чему равны производная и дифференциал неопределенного интеграла?

16. В чем заключается правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?
17. В чем заключается правило интегрирования алгебраической суммы функции?
18. Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?
19. Напишите основные формулы интегрирования?
20. Как доказать справедливость каждой формулы интегрирования?
21. Почему $n \neq -1$ для интеграла $\int x^n dx$? В какой формуле рассматривается этот случай?
22. Как проверить результат интегрирования?
23. Какие из следующих равенств записаны верно, а какие нет: а) $\int x^3 dx = 3x^2 + C$; б) $\frac{dx}{x} = \ln x + C$; в) $\int (1+x)dx = x + \frac{x^2}{2} + C$?
24. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
25. Что такое интегральные кривые? Как они расположены друг относительно друга? Могут ли они пересекаться?
26. Как расположены касательные к интегральным кривым в точках, имеющих одну и ту же абсциссу?
27. Как из семейства интегральных кривых выделить одну из них?
28. Как определить постоянную интегрирования по начальным данным?
29. Скорость прямолинейно движущейся точки меняется по закону $\upsilon = 3t^2 + 1$. Найдите закон движения.
30. Укажите целесообразные подстановки для нахождения следующих интегралов: а) $\int \frac{e^{arctgx}}{1+x^2} dx$; б) $\int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x} dx$; в) $\int x^3 \sqrt[5]{1-3x^4} dx$.
31. Укажите, какие из следующих интегралов целесообразно интегрировать по частям: а) $\int x\, arctg\, x\, dx$; б) $\int \frac{dx}{x \ln x}$; в) $\int -\frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}$; г) $\int \frac{\arcsin x\, dx}{x^2}$; д) $\int \cos x \ln(\sin x) dx$.
32. Что такое определенный интеграл?
33. Что в записи $\int_a^b f(x)dx$ означают: а) a и b; б) x; в) f(x); г) f(x)dx? Может ли быть a=b; a>b?
34. Зависит ли приращение F(b)-F(a) от выбора первообразной?
35. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.
36. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
37. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равна отрицательной величине, нулю и почему?
38. Приведите примеры физических и технических задач, которые можно решить с помощью определенного интеграла.

Практическая работа № 6

Тема: Вычисление интегралов

Цель: формирование умений и навыков нахождения неопределенных интегралов, используя различные методы интегрирования

Задания для выполнения практической работы

1. Найдите интегралы, используя метод непосредственного интегрирования и метод подстановки.

   Вариант 1.а)$\int(2x^2+5\sqrt{x}-\dfrac{3}{\sqrt{x^2}}+2)dx$

б) $\int \frac{x^2+1}{\sqrt{3x^3+3x}}dx$

в) $\int e^{2\sin x}\cos x \ dx$

Вариант 2.а) $\int \frac{2x\sqrt[3]{x^2}}{3\sqrt{x}}\ dx$

б) $\int x\sqrt{1-x^2}\ dx$

в) $\int \operatorname{tg} x\ dx$

Вариант 3.а) $\int \frac{x^2+5x\sqrt{x}-1}{x^3}\ dx$

б) $\int \frac{3dx}{1+3x^2}$

в) $\int \left(\sin\frac{x}{3}+\cos 3x\right)\ dx$

Вариант 4.а) $\int \left(x^7+\frac{3x-1}{\sqrt{x}}\right)\ dx$

б) $\int (x+3)e^{x^2+6x-1}dx$

в) $\int \cos^2 3x\, dx$

Вариант 5.а) $\int (\frac{x^2-3}{x^5}+2\sqrt{2})\ dx$

б) $\int \frac{xdx}{\sqrt{a^2-x^2}}$

в) $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x}\ dx$

2. Найти интегралы методом интегрирования по частям:

Вариант 1. а) $\int x\sin x\, dx$

б) $\int e^{2x}\, x\, dx$

Вариант 2. а) $\int x\cos x\, dx$

б) $\int \frac{\ln x}{x^2}dx$

Вариант 3. а) $\int x\sin 2x\, dx$

б) $\int \frac{\ln x}{x^3}\ dx$

Варпиант 4. а) $\int x^2\ln x\, dx$

б) $\int \frac{x\, dx}{\cos^2 x}$

Вариант 5. а) $\int x\sin 2x\, dx$

б) $\int e^{2x}\, x\, dx$

Практическая работа № 7

Тема: Применение определенных интегралов

Цель: отрабатывать умения применять определенный интеграл для нахождения площадей плоских фигур и объемов тел вращения

Задание для выполнения практической работы

1. Сделайте чертеж и вычислите площадь фигуры, ограниченной данными линиями:
   Вариант 1. $y=8x-x^2-7$ и осью Ox.
   Вариант 2. $y=x^3-1$, $y=0$, $x=0$.
   Вариант 3. $y=x^2-3x-4$ и осью Ox.
   Вариант 4. $y^2=4x$ и $x^2=4y$.
   Вариант 5. $y=5x-x^2+6$ и осью Ox.
   Вариант 6. $y=x^3$, $y=x^2$, $x= -1$, $x=0$.
   Вариант 7. $y=x^2-6x+8$ и осью Ox.
   Вариант 8. $y=x^2$ и $y=x+2$.
   Вариант 9. $y=x^2-4x-5$ и осью Ox.
   Вариант 10. $y=6x-3x^2$ и осью Ox.

2.

Вариант 1		Вариант 2	
№	Вычислить объем тел, полученных при вращении плоских фигур вокруг оси ОХ, ограниченных линиями:	№	Вычислить объем тел, полученных при вращении плоских фигур вокруг оси ОХ, ограниченных линиями:
1	$\boldsymbol{y=-x, y=0, x=-3, x=0}$	1	$\boldsymbol{y=2x, y=0, x=1, x=3}$
2	$\boldsymbol{y=2x-1, y=0, x=0, x=1}$	2	$\boldsymbol{y=2-x, y=0, x=0, x=1}$
3	$\boldsymbol{y=x^2-1, y=0, x=0, x=1}$	3	$\boldsymbol{y=x^2+1, y=0, x=-1, x=1}$
Вариант 3		Вариант 4	
№	Вычислить объем тел, полученных при вращении плоских фигур вокруг оси ОХ, ограниченных линиями:	№	Вычислить объем тел, полученных при вращении плоских фигур вокруг оси ОХ, ограниченных линиями:
1	$\boldsymbol{y=-2x, y=0, x=-3, x=0}$	1	$\boldsymbol{y=3x, y=0, x=1, x=3}$
2	$\boldsymbol{y=3x-1, y=0, x=0, x=1}$	2	$\boldsymbol{y=1-x, y=0, x=0, x=1}$
3	$\boldsymbol{y=x^2-4, y=0, x=0, x=1}$	3	$\boldsymbol{y=x^2+2, y=0, x=-1, x=1}$

Вариант 5		Вариант 6	
№	Вычислить объем тел, полученных при вращении плоских фигур вокруг оси OX, ограниченных линиями:	№	Вычислить объем тел, полученных при вращении плоских фигур вокруг оси OX, ограниченных линиями:
1	$\boldsymbol{y=-3x, y=0, x=-3, x=0}$	1	$\boldsymbol{y=4x, y=0, x=0, x=3}$
2	$\boldsymbol{y=4x-1, y=0, x=0, x=1}$	2	$\boldsymbol{y=3-x, y=0, x=0, x=1}$
3	$\boldsymbol{y=x^2-9, y=0, \quad x=0, x=2}$	3	$\boldsymbol{y=x^2+3, y=0, \quad x=-1, x=1}$
Вариант 7		Вариант 8	
№	Вычислить объем тел, полученных при вращении плоских фигур вокруг оси OX, ограниченных линиями:	№	Вычислить объем тел, полученных при вращении плоских фигур вокруг оси OX, ограниченных линиями:
1	$\boldsymbol{y=-4x, y=0, x=-3, x=0}$	1	$\boldsymbol{y=5x, y=0, x=0, x=3}$
2	$\boldsymbol{y=6x-1, y=0, x=0, x=1}$	2	$\boldsymbol{y=4-x, y=0, x=0, x=1}$
3	$\boldsymbol{y=x^2-16, y=0, \quad x=0, x=3}$	3	$\boldsymbol{y=x^2+4, y=0, \quad x=-1, x=1}$
Вариант 9		Вариант 10	
№	Вычислить объем тел, полученных при вращении плоских фигур вокруг оси OX, ограниченных линиями:	№	Вычислить объем тел, полученных при вращении плоских фигур вокруг оси OX, ограниченных линиями:
1	$y=-5x, y=0, x=-3, x=0$	1	$y=6x, y=0, x=0, x=3$
2	$y=2x+1, y=0, x=0, x=1$	2	$y=5-x, y=0, x=0, x=1$
3	$y=x^2-25, y=0, \quad x=0, x=4$	3	$y=x^2+5, y=0, \quad x=-1, x=1$

Самостоятельная работа № 1

Тема: Выполнение упражнений «Применение определенного интеграла при решении физических задач»

Задание для самостоятельной работы

1. Скорость движения точки изменяется по закону $v=(3t^2+2t+1)$ $м/с$. Найти путь, пройденный точкой за 10 с от начала движения.

2. Тело брошено с поверхности земли вертикально вверх со скоростью

$\upsilon = (39{,}2 - 9{,}8t)$ м/с . Найти наибольшую высоту подъема тела.

3. Сжатие x винтовой пружины пропорционально приложенной силе F. Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 0,04 $м$, если для сжатия ее на 0,01 $м$ нужна сила 10 $Н$.

4. Цилиндрическая цистерна с радиусом основания 0,5 м и высотой 2 м заполнена водой. Вычислить работу, которую необходимо произвести, чтобы выкачать воду из цистерны.

5. Найти работу, производимую при сжатии пружины на 0,03 м, если для сжатия её на 0,005 м нужно приложить силу в 10 Н.

6. Сила упругости пружины, растянутой на 0,05 м, равна 3 Н. Найти работу, которую надо произвести, чтобы растянуть эту пружину на 0,05 м.

7. Найти работу, которую нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 0,05 м, если сила 100 Н растягивает пружину на 0,01 м

4.5. Типовые задания для оценки освоения раздела

Тема: Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных

Устный опрос

1. Что называется функцией двух переменных x и y?
2. Область определения и множество значений функции двух переменных
3. Линия уровня функции двух переменных
4. Поверхность уровня функции трех переменных
5. Частное и полное приращения функции двух переменных
6. Что называется частной производной функции z=f(x; y)?
7. Определение частных производных второго порядка
8. Определение экстремума функции двух переменных в точке
9. В чем заключается необходимое условие экстремума?
10. В чем заключается достаточное условие экстремума?

Практическая работа № 8

Тема: Нахождение области определения и вычисление пределов функции нескольких действительных переменных

Цель: формирование умений нахождения области определения и вычисление пределов функции нескольких действительных переменных

Задание для выполнения практической работы

1. Найти область определения функции

1) $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$

2) $z = \sqrt{(x^2 + y^2 - 9)(16 - x^2 - y^2)}$

3) $z=\sqrt{\ln\frac{x^2+y^2}{4}}$

4) $z=\arcsin(x+y)$

5) $z=\sqrt{x^2+y^2-4}$

6) $z=\sqrt{(x^2+y^2-1)(4-x^2-y^2)}$

7) $z=\sqrt{\ln\frac{9}{x^2+y^2}}$

8) $z=\arccos(y-x)$

2. Найти предел функции

1) $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ y\to 2}}(5x^2y^2-3xy+x)$

2) $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to\infty}}(1+\frac{2}{x^2+y^2})^{x^2+y^2}$

3) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{x^2+y^2}{\sqrt{9-x^2-y^2}-3}$

4) $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ y\to 2}} tg\,\frac{\pi x}{2y}$

5) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}}\frac{\arcsin x^2y}{(xy)^2}$

6) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{5-\sqrt{25-xy}}{xy}$

Практическая работа № 9

Тема: Вычисление частных производных и дифференциалов функций нескольких действительных переменных

Цель: приобретение умений техники дифференцирования функций нескольких действительных переменных

Задание для выполнения практической работы

Найти частные производные функции двух переменных.

1. $z = x^2y+ 3xy+xy^3+2x-3y$
2. $z = 2xy-y^2+x^2+x^2y^2$
3. $z = x \ln y + \frac{y}{x}$
4. $z = x^y$
5. $z = x^3y+(2x+y) \sin y$
6. $z = arctg\,(3x+2y)$
7. $z = x^3y^2-2xy^3$
8. $z = \ln (x^2+2y^3)$

9. $z = (1+x^2)^y$

10. $z = (x-\frac{1}{y})e^{-x^2 y}$

11. $z = \ln \frac{x+\sqrt{y^2+1}}{y+\sqrt{x^2+1}}$

12. $z = \ln^x y$

13. $z = \frac{x^2}{y}$

14. $z = x^3-y^3+4xy$

15. $z = \sqrt{x+2xy+y}$

16. $z = x^2y+\frac{x}{y}$

17. $z = \operatorname{arctg} \frac{2y}{x}$

18. $z = \cos(2x+y)+\sin(2y+x)$

19. $z = x^2y-e^xy$

20. $z = (y-x^2)^2+(y^2+2)^2$

21. $z = \sqrt{x^2+y^2-2xy\cdot\cos\alpha}$

22. $z = \frac{xy}{y-x}$

23. $z = \operatorname{tg}^3(3x-4y)$

24. $z = \sqrt[3]{2x^2-y^2}$

25. $z = y\cdot\sqrt{\frac{y}{x}}$

26. $z=x^3y+e^{x+2y}$

27. $z=x^3+y^3-9xy$

28. $z = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-4}}+\ln\left(y^2+2x\right)$

29. $z = \ln\left(x^2+2y\right)$,

30. $z = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-9}}$,

31. $z = \sqrt{9-x^2-y^2}+\sqrt{x^2+y^2-4}$

32. $z = \sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}$,

33. $z = \arcsin\frac{y-1}{x}$,

34. $z = \sqrt{x^2+y^2-1}+\ln\left(25-x^2-y^2\right)$,

35. $z = \sqrt{\ln\left(x^2+y^2\right)}$,

36. $z = \arccos\dfrac{x}{x+y}$,

37. $z = \sqrt{\dfrac{x^2+y^2-x}{2x-x^2-y^2}}$,

38. $z = \sqrt{\sin\left(x^2+y^2\right)}$,

39. $z = \arcsin\dfrac{x}{y}$

40. $z = \sqrt{\left(x^2+y^2-1\right)\left(4-x^2-y^2\right)}$,

41. $z = \dfrac{1}{\sqrt{R^2+x^2-y^2}}$,

42. $z = \ln\left(-x-y\right)$,

43. $z = 3x-2y$

44. $z = \dfrac{y}{x}$

45. $z = y-x^2$

46. $z = x+y^2$

47. $Z=x\ln y^2+5xy$

48. $Z=e^x/y$

49. $Z=5x^4-7xy^3+15y$

50. $Z=x \ln y-\dfrac{x}{y^2}$

4.6. Типовые задания для оценки освоения раздела

Тема: Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных

Устный опрос

1. Понятие двойного интеграла
2. Двойной интеграл в прямоугольных декартовых координатах
3. Геометрические приложения двойного интеграла
4. Физические приложения двойного интеграла

Практическая работа № 10

Тема: Вычисление двойных и повторных интегралов

Цели: приобретение умений техники вычисления двойных и повторных интегралов

Задание для выполнения практической работы

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2

1) $$\iint\limits_D xydxdy,$$ если D – треугольник, ограниченный прямыми *x=0, y=0, x+y=1* 2) $$\iint\limits_D e^{\frac{y}{x}}dxdy,$$ *если D – область, ограниченная линиями* $y=\frac{x^2}{9}$, *x=3, y=0*	1) $$\iint\limits_D \frac{y^2}{1+x^2}dxdy,$$ если D – прямоугольник $0 \le x \le 1,\ 1 \le y \le 3$ 2) $$\iint\limits_D (x^3+y^3)dxdy,$$ *если D – область, ограниченная линиями* $y=\frac{x}{2}$, *y=x, x=4*
ВАРИАНТ 3	ВАРИАНТ 4
1) $$\iint\limits_D x^2ydxdy,$$ *если D – область, ограниченная линиями* $y=x^2$, *y=1* 2) $$\iint\limits_D \frac{y^3}{x^2}dxdy,$$ *если D – область, ограниченная линиями* $y=\frac{x}{3}$, *y=*$\sqrt{x}$ *, x=1*	1) $$\iint\limits_D \sin(2x+y+\frac{\pi}{4})dxdy,$$ *если D – прямоугольник* $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{4} \le y \le 0.$ 2) $$\iint\limits_D (x+y)dxdy,$$ *если D – треугольник, ограниченный прямыми x=0, y=0, x+y=3*

Практическая работа № 11

Тема: Решение задач на приложение двойных интегралов

Цель: формирование умений решение задач на приложения определенного интеграла

Задания для выполнения практической работы

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2
1) Вычислить площадь области, ограниченной линиями $y=x^2$, $4y=x^2$, $y=4$. 2) Найти массу фигуры, лежащей в первой четверти, ограниченной эллипсом $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ и координатными осями. Поверхностная плотность в каждой точке фигуры равна произведению координат точки.	1)Вычислить площадь области, ограниченной линиями $y=\ln x$, $x-y=1$, $y=-1$. 2) Найти массу круглой пластинки радиуса 10, если плотность ее пропорциональна квадрату расстояния точки от центра и равна 5 на краю пластинки
ВАРИАНТ 3	ВАРИАНТ 4

1)Вычислить площадь области, ограниченной линиями $xy = 4$, $x + y = 5$. 2)Найти массу пластинки, имеющей форму прямоугольного треугольника с катетами OB=3, OA=4, если плотность ее в любой точке равна расстоянию точки от катета OA	1) Вычислить площадь области, ограниченной линиями $x + y = 2$, x+2y=2, y=0. 2)Найти координаты центра масс однородной пластинки, ограниченной линиями $y^2 = x$ и $x^2 = y$.

4.7. Типовые задания для оценки освоения раздела

Тема: Теория рядов

Устный опрос

1. Что называется числовым рядом?
2. Что называется общим членом ряда? суммой ряда?
3. Какой ряд называется расходящимся?
4. Какой ряд называется гармоническим?
5. Простейшие свойства рядов
6. Необходимый признак сходимости
7. Необходимые признаки сходимости рядов с положительными членами
8. Какой ряд называется знакочередующимся?
9. Признак Лейбница для знакочередующегося ряда.
10. Какие ряды называются степенными?
11. Разложение данной функции в степенной ряд
12. Ряд Маклорена
13. Применение ряда Маклорена к разложению в степенные ряда некоторых функций

Практическая работа № 12

Тема: Определение сходимости числовых рядов

Цель: формировать умения исследовать числовой ряд на сходимость

Задания для выполнения практической работы

Вариант 1.

1. Установить расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+4}$ с помощью следствия из необходимого признака.
2. Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд:

   а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{2n}$.

Вариант 2

1. Установить расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n+1}$ с помощью следствия из необходимого признака.
2. Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд:

   а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{n*2^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$.

Вариант 3

1. Установить расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(1+\frac{1}{n})^n$ с помощью следствия из необходимого признака.
2. Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд:

а)$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{5^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}$.

Вариант 4

1. Установить расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}$ с помощью следствия из необходимого признака.
2. Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{7^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{2^n}$.

Вариант 5

1. Установить расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+3}{5n}$ с помощью следствия из необходимого признака.
2. Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n^2}{n+1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{n!}$.

4.8. Типовые задания для оценки освоения раздела
Тема: Обыкновенные дифференциальные уравнения

Устный опрос

1. Какое уравнение называется дифференциальным? Приведите примеры.
2. Какие из следующих уравнений являются дифференциальными: а) $yy'+2=0$; б) $2y^2+3y=0$; в) $3^y+y=3$; г) $y^2+y''=y$; д) $\frac{dv}{dt}=3y$; е) $y^3=2y+y^2$.
3. Какая функция называется решением дифференциального уравнения?
4. Какое решение дифференциального уравнения называется общим и какое – частным?
5. Каков геометрический смысл общего и частного решений дифференциального уравнения?
6. Может ли дифференциальное уравнение иметь конечное число решений?
7. Что такое порядок дифференциального уравнения и как его определить?
8. Сколько постоянных интегрирования имеет общее решение дифференциального уравнения первого порядка? Третьего порядка?
9. Может ли функция $y=C_1x+C_2$, где C_1 и C_2 – произвольные постоянные, быть общим решением дифференциального уравнения первого порядка?
10. Как проверить, правильно ли найдено решение дифференциального уравнения или нет?
11. Чем отличается дифференциальное уравнение от алгебраического уравнения?
12. Назовите известные вам типы дифференциальных уравнений.
13. Каков общий вид дифференциальных уравнений первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными?
14. Как решается уравнение с разделенными переменными?
15. Чем отличается уравнение с разделяющимися переменными от уравнения с разделенными переменными? Как разделяют переменные?

16. Можно ли считать, что уравнение с разделенными переменными являются частным случаем уравнения с разделяющимися переменными?
17. В какой последовательности решают дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными?
18. В чем заключается задача Коши? Каков ее геометрический смысл?
19. Найдите уравнение линии, проходящей через точку M(3;4) и такой, что ее угловой коэффициент к касательной равен отношению абсциссе к ординате.
20. Каков общий вид линейных дифференциальных уравнений первого порядка? Как для них формулируется задача Коши?
21. Какими величинами являются и от чего зависят коэффициенты p и q в линейном дифференциальном уравнении первого порядка?
22. С помощью какой подстановки решается линейное дифференциальное уравнение первого порядка и к какому уравнению сводится его решение?
23. Какой вид имеет простейшее дифференциальное уравнение второго порядка? как оно решается?
24. Запишите задачу Коши для уравнения $y''=f(x)$.
25. Как определяется и как записывается в общем виде линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами?
26. Что такое характеристическое уравнение?
27. Какой вид имеет общее решение линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения:
    а) действительные и различные ($k_2 \neq k_1$);
    б) действительные и равные ($k_2=k_1=k$);
    в) комплексные и сопряженные ($k_{1,2}=\alpha\pm\beta$)?
28. Каков порядок решения задач на составления дифференциальных уравнений?

Практическая работа № 13

Тема: Решение дифференциальных уравнений

Цель: формировать умения решать дифференциальные уравнения различными методами

Задание для выполнения практической работы

Вариант 1

1. Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений

1. $y=\frac{8}{x}, y'=-\frac{1}{8}y^2$

2. $y=e^{4x}+2, y'=4y$

3. Решить задачу Коши: $y'=4x^3-2x+5$, $y(1) = 8$.

Решить следующие дифференциальные уравнения первого порядка:

4. $y'=\frac{1}{\cos^2 x}+x^4$

5. $2x^2dx - ydy = 0$

6. $y' = \frac{x-1}{y^2}$

7. $y' = \frac{y}{9+x^2}$

Вариант 2

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений

1. $y = e^{3x} - 5, y' = 3y + 15$

2. $y = \frac{5}{x}, y' = -y^2$

3. Решить задачу Коши: $y' = 3x^2 - 2x + 6$, y(2) = 19 .

Решить следующие дифференциальные уравнения первого порядка:

4. $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - x^7$

5 $4x^2dx + 3ydy = 0$

6. $y' = \frac{2x}{y^2}$

7. $y' = \frac{y}{1+x^2}$

4.9 Типовые задания для оценки освоения раздела

Тема: Матрицы и определители

Устный опрос

1. Что называется матрицей?
2. Что называется матрицей-строкой? матрицей-столбцом?
3. Какие матрицы называются прямоугольными? квадратными?
4. Какие матрицы называются равными?
5. Что называется главной диагональю матрицы?
6. Какие матрицы называются диагональной?
7. Какие матрицы называются единичной?
8. Какие матрицы называются треугольной?
9. Что значит транспонировать матрицу?
10. Что называется суммой матриц?
11. Что называется произведением матрицы на число?
12. Как найти произведение двух матриц?
13. В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц?
14. Какими свойствами обладает произведение матриц?
15. Что называется определителем матрицы?
16. Как вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников?

17. Что называется минором?
18. Что называется алгебраическим дополнением элемента определения?
19. Как разложить определитель по элементам столбца или строки?
20. Какие способы вычисления определителя Вам известны?
21. Перечислите свойства определителей?
22. Какая матрица называется невырожденной?
23. Какая матрица называется обратной по отношению к данной?

Практическая работа № 14

Тема: Действия над матрицами, вычисление определителей

Цель: формирование умений выполнять различные линейные операции над матрицами, находить определители второго, третьего и четвертого порядков, используя их свойства и различные способы вычислений определителей.

Задание к выполнению практической работы

1. Даны матрицы А и В. Найти А·В, В·А, 3А^T -В.

1. $A=\begin{pmatrix}-2 & 5\\ -3 & 1\\ 4 & 0\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1 & -1 & -2\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix}$ 2. $A=\begin{pmatrix}3 & 3\\ -2 & 5\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2 & 2 & -1\\ 3 & 1 & 4\end{pmatrix}$

3. $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 4\\ 3 & 1 & 5\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & 0\\ 2 & -5\end{pmatrix}$ 4. $A=\begin{pmatrix}2 & 5 & 3\\ 1 & -2 & 4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 0 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$

5. $A=\begin{pmatrix}1 & 8\\ 2 & 3\\ -3 & 4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}5 & 0 & 1\\ 2 & -4 & 3\end{pmatrix}$ 6. $A=\begin{pmatrix}4 & 1 & 0\\ 3 & 2 & 3\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\\ -3 & 5\end{pmatrix}$

7. $A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ -2 & 3\\ 3 & -4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ -3 & 4 & 5\end{pmatrix}$ 8. $A=\begin{pmatrix}4 & -3 & 0\\ 1 & 2 & -5\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & -8\\ 3 & 2\end{pmatrix}$

9. $A=\begin{pmatrix}2 & -1 & 0\\ 3 & 3 & -4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -3 & 0\\ 7 & 2\end{pmatrix}$ 10. $A=\begin{pmatrix}4 & -4 & 1\\ 0 & 7 & 3\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1 & 4\\ -1 & 2\\ 3 & -5\end{pmatrix}$

1. Выполнить любые 10 заданий на выбор :

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}-2 & -2\\ 4 & 0\end{vmatrix}$

2. При каких значениях x определитель $\begin{vmatrix}2x & 1\\ -3 & 2\end{vmatrix}$ равен удвоенному определителю $\begin{vmatrix}2 & 1\\ -1 & 3\end{vmatrix}$

3. При каких значениях x обращается в нуль определитель $\begin{vmatrix}x+2 & 12\\ 1 & x-2\end{vmatrix}$

4. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

5. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3/4 & 1/3 \\ -1 & -8/9 \end{vmatrix}$

6. При каком значении a уравнение $\begin{vmatrix} 2x-1 & 2 \\ 3a & -1 \end{vmatrix}$=0 имеет корень равный -5/2

7. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} m-n & n \\ -n & m+n \end{vmatrix}$

8. При каких значениях x определитель $\begin{vmatrix} x & 1 \\ 4 & x \end{vmatrix}$ равен 5

9. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

10. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} \sin a & -\cos a \\ \cos a & \sin a \end{vmatrix}$

11. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} a+b & b-a \\ a-b & b+a \end{vmatrix}$

12. При каком значении x дробь D_1/D_2 равна $^2/_5$ если $D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ x & 3 \end{vmatrix}$, $D_2 = \begin{vmatrix} -1 & x \\ 2 & -3 \end{vmatrix}^2$

13. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

14. Вычислить определитель с помощью разложения его по элементам первой строки $\begin{vmatrix} -1 & 3 & -2 \\ -2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \end{vmatrix}$

15. При каких значениях a обращается в нуль определитель $\begin{vmatrix} a+2 & 4 \\ -a & -3 \end{vmatrix}$

16. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} tg\, a & 1 \\ 1 & \mathrm{ctg}\, a \end{vmatrix}$

17. С помощью разложения по элементам первого столбца вычислить определитель четвертого порядка $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -2 & 4 \\ 3 & -2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

18. Решить уравнение $\begin{vmatrix} 2x & -3x \\ 5 & x-3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x+1 & -4 \\ 4 & x \end{vmatrix}$

19. Вычислить определитель четвертого порядка с помощью разложения его по элементам первой строки $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -3 & -1 \end{vmatrix}$

20. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} a-b & a^2-a & b+b^2 \\ a+b & a^2+a & b+b^2 \end{vmatrix}$

21. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & \sin 2a \\ \sin 2a & 1 \end{vmatrix}$

22. При каких значениях a обращается в нуль определитель $\begin{vmatrix} 2a-1 & 7 \\ 1 & 2a+1 \end{vmatrix}$

23. При каких значениях x определитель $\begin{vmatrix} x & 1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}$ равен определителю $\begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$

24. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

$$\frac{\begin{vmatrix} 2a & b \\ b & 2a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b & 2b \\ -2a & 2b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & b \\ -1 & a \end{vmatrix}}$$

Практическая работа № 15

Тема: Нахождение обратной матрицы

Цель: овладение умениями и навыками нахождения обратной матрицы.

Задание для выполнения практической работы

Найти матрицу, обратную данной

1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ 2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -6 \\ 3 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$

4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 5. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ 6. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

7. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 8. $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ 9. $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 5 & -4 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

10. $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \\ 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ 11. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ 12. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

13. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ 14. $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$ 15. $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$

16. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ 17. $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ 18. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

19. $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ 20. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ 21. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

22. $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 23. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ 24. $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & 4 \\ 3 & -3 & 2 \\ 4 & -5 & 2 \end{pmatrix}$

25. $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & 4 \\ 3 & -3 & 2 \\ 4 & -5 & 2 \end{pmatrix}$

4.10. Типовые задания для оценки освоения раздела
Тема: Системы линейных уравнений

Устный опрос

1. Общий вид системы m линейных уравнений с n неизвестными.
2. Что называется решением системы?
3. Какая система называется совместной?
4. Какая система называется несовместной?
5. Какая система называется определенной? неопределенной?
6. Какие системы называются эквивалентными?
7. Какая система называется однородной? неоднородной?
8. Сформулируйте теорему Крамера
9. Запишите формулы Крамера
10. В каком случае система имеет множество решений? не имеет решения?
11. Расширенная матрица системы уравнений.
12. Опишите метод Гаусса
13. Перечислите элементарные преобразования расширенной матрицы при прямом ходе метода Гаусса

Практическая работа № 16

Тема: Решение систем линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

Цель: приобретение умений применять различные методы при решении систем трех линейных уравнений с тремя неизвестными

Задание для выполнения практической работы

Решить системы уравнений двумя способами:

1. Пользуясь формулами Крамера

2. Методом исключения неизвестных

1. $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + y - 3z = 2 \\ 2x + 3y - 5z = 7 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x - 5y - 6z = 1 \\ 3z - 13x + 4y = 1 \\ z + y + 7x = 0 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3x + 4y - 3z = 2 \\ 4y - 3x + 3z = 14 \\ 7y + 5z = 29 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 3x - 2y - z = 0 \\ 5x + 2y - 4z = 6 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 7x + 3y + 2z = 21 \\ 7x - 4y + z = 12 \\ 2x - 3y - z = -1 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 2x + 3y - z = 7 \\ 4x + 5y - 4z = 3 \\ 3x - 3y + 2z = 2 \end{cases}$

7. $\begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - y + 2z = -7 \\ 2x + 3y - z = 1 \end{cases}$

8. $\begin{cases} x + 2y - z = 7 \\ 2x - y + z = 2 \\ 3x - 5y + 2z = -7 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x - 2y + 3z = -1 \\ 2x + y - 5z = 9 \\ 4x - 3y + z = 7 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 3x + 5y + z = -10 \\ x + y + 3z = -10 \end{cases}$

11. $\begin{cases} x - y - z = 5 \\ 2x + y - 3z = 31 \\ x - 4y - 6z = -16 \end{cases}$

12. $\begin{cases} x - 3y + z = 7 \\ 3x + y - 2z = 3 \\ x + 7y - 4z = 0 \end{cases}$

13. $\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 2x - 4y + 6z = 5 \\ 4x - 8y + 12z = 7 \end{cases}$

14. $\begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ 6x - y + 9z = 5 \\ x + 7y - 2z = 4 \end{cases}$

15. $\begin{cases} x + 2y + 3z = 19 \\ x + 4y - 2z = 0 \\ 4x + 5y - 3z = -7 \end{cases}$

16. $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 3z = 16 \\ 5y - z = 0 \end{cases}$

17. $\begin{cases} x + y + z = 36 \\ 2x - 3z = -17 \\ 6y - 5z = 7 \end{cases}$

18. $\begin{cases} x + y - z = 17 \\ x + z - y = 13 \\ y + z - x = 7 \end{cases}$

19. $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y + 3z = 10 \\ 2x + 3y - 4z = 8 \end{cases}$

20. $\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$

21. $\begin{cases} x-2y+3z=1 \\ 2x-4y+6z=2 \\ 2x+y-2z=3 \end{cases}$

22. $\begin{cases} 2x-5y+4z=11 \\ 7x-3y-z=17 \\ 16y-11y+2z=20 \end{cases}$

23. $\begin{cases} 3x+y+z=-2 \\ 5x-y-z=10 \\ x-y+5z=-12 \end{cases}$

24. $\begin{cases} 3x+2y-z=3 \\ x-y+z=1 \\ 13x+2y+z=13 \end{cases}$

25. $\begin{cases} 2x+3y-4z=-4 \\ 3x+2y+5z=22 \\ x-y+z=2 \end{cases}$

Практическая работа № 17

Тема: Решение систем линейных уравнений методам обратной матрицы

Цель: приобретение умений применять различные методы при решении систем трех линейных уравнений с тремя неизвестными

Задание для выполнения практической работы

Решить системы уравнений матричным методом:

1. $\begin{cases} x_1+2x_2=10 \\ 3x_1+2x_2+x_3=23 \\ x_2+2x_3=13 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 5x_1+8x_2+x_3=2 \\ 3x_1-2x_2+6x_3=-7 \\ 2x_1+x_2-x_3=-5 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3=-7 \\ x_1+4x_2+2x_3=-1 \\ x_1-4x_2=-5 \end{cases}$
4. $\begin{cases} 5x_1+8x_2+x_3=2 \\ 3x_1-2x_2+6x_3=-7 \\ 2x_1+x_2-x_3=-5 \end{cases}$
5. $\begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3=-7 \\ x_1+4x_2+2x_3=-1 \\ x_1-4x_2=-5 \end{cases}$
6. $\begin{cases} 3x_1+x_2-2x_3=4 \\ 2x_1-3x_2+x_3=9 \\ 5x_1+x_2+3x_3=-4 \end{cases}$
7. $\begin{cases} 7x_1+5x_2+2x_3=18 \\ x_1-x_2-x_3=3 \\ x_1+x_2+2x_3=-2 \end{cases}$
8. $\begin{cases} 2x_1-x_2-3x_3=-9 \\ x_1+2x_2+x_3=3 \\ 3x_1+x_2-x_3=-1 \end{cases}$
9. $\begin{cases} x_1+2x_2=10 \\ 3x_1+2x_2+x_3=23 \\ x_2+2x_3=13 \end{cases}$

10. $\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5 \end{cases}$

Практическая работа № 18

Тема: Решение практических задач с помощью систем линейных уравнений

Цель: формировать умения применять системы уравнений при решении задач

Задание для выполнения практической работы

Решите задачи

1. Мебельная фабрика выпускает изделия трех видов: стулья, столы и шкафы. Для их производства используются материалы трех типов: ЛДСП 2500х1830х25мм, МДФ 2800*2070*6 мм, ДВПО 2745*1220*3,2. Нормы расхода каждого из них на одно изделие и объем расхода материалов на один день заданы таблицей:

Вид материалов	Нормы расхода материалов на одно изделие, усл. ед.			Расход материалов на один день, усл. ед.
	Стулья	Столы	Шкафы	
ЛДСП 2500х1830х25мм	0,9	1,8	5,7	1560
МДФ 2800*2070*6 мм,	0,75	1,3	4,5	1195
ДВПО 2745*1220*3,2	0,4	2	3,5	1270

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида изделий.

2. Швейная фабрика производит продукцию трех видов: рубашки, брюки, юбки. Для их производства используются материалы трех типов: хлопковая ткань 1200х680 мм, сатин 1300х680 мм, нити швейные 200 м. Нормы расхода каждого из них на одну продукцию и объем расхода сырья на один день заданы таблицей:

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одну продукцию, усл. ед.			Расход сырья на один день, усл. ед.
	Рубашки	Брюки	Юбки	
хлопковая ткань 1200х680 мм	6,2	6,3	5,2	2399
сатин 1300х680 мм	0	6,1	5	1418
нити швейные 200 м.	0,7	1,3	0,9	386,5

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида продукции.

3. Автомобильный завод производит продукцию трех видов: легковые автомобили, грузовые автомобили, автобусы. Для их производства используются материалы трех типов: оцинкованная сталь 1250*2500*0,65 мм, листовой алюминий 1,5*1500*3000 мм, чугун. Нормы расхода каждого из них на одну продукцию и объем расхода сырья на один день

заданы таблицей:

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одну продукцию, усл. ед.			Расход сырья на один день, усл. ед.
	Легковые автомобили	Грузовые автомобили	Автобусы	
Оцинкованная сталь 1250*2500*0,65 мм	235	280	285	5780
Листовой алюминий 1,5*1500*3000 мм	135	240	255	3990
Чугун (1 кг.)	105	175	185	3005

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида продукции.

4.11. Типовые задания для оценки освоения раздела

Тема: Векторы и действия с ними

Устный опрос

1. Что называется вектором?
2. Что называется длиной вектора?
3. Какие векторы называются равными?
4. Как сложить два вектора?
5. Как найти разность двух векторов?
6. Как умножить вектор на число?
7. Какие векторы называются коллинеарными?
8. Как разложить вектор в декартовой системе координат?
9. Что называется базисом?
10. Что называется координатами вектора?
11. Что можно сказать о базисе $\left(\vec{i}, i\rightarrow\right)$?
12. Как найти координаты вектора, заданного двумя точками?
13. Как найти длину вектора, заданного двумя точками?
14. Как вычисляется длина вектора, заданного своими координатами?
15. Как выполняются сложение и вычитание векторов, заданных своими координатами?
16. Как умножить вектор, заданный своими координатами, на число?
17. Каким свойством обладают координаты коллинеарных векторов?
18. Даны векторы $\vec{m}=(-1;3), \vec{n}=(5;-2), p=(3;9), \vec{q}=(10;-4), \vec{r}=(7;1)$. Какие из них коллинеарны?
19. Запишите формулы деления отрезка в заданном отношении.
20. Запишите формулы деления отрезка на две равные части.
21. Что называется скалярным произведением?
22. Как вычисляется скалярное произведение векторов, заданных своими координатами?

23. Какими свойствами обладает скалярное произведение векторов?
24. Чему равно скалярное произведение двух чисел перпендикулярных векторов?
25. Чему равно скалярное произведение двух чисел коллинеарных векторов?

Практическая работа № 19

Тема: Операции над векторами

Цель: формировать умения выполнять действия с векторами в координатной форме

Задания для выполнения практической работы

1. Найти длину вектора $\vec{m}=(\vec{a}-\overrightarrow{2b})-(\overrightarrow{3a}-\frac{1}{2}\vec{b})$, если $\vec{a}$=(0; 1; 2); $\vec{b}$=(2; 4; 6).
2. Найти координаты векторного произведения $\vec{a}\cdot 2\vec{b}$, если $\vec{a}=\{0;1;-1\}$, $\vec{b}=\{2;3;0\}$.
3. В параллелограмме OACB $\overrightarrow{OA}=\vec{i}+\vec{j}$, $\overrightarrow{OB}=-\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$. Вычислить длины его диагоналей.
4. Имеет ли треугольник с вершинами A(0;5;0), B(4;3;-8), C(-1;-3;-6) тупой угол?
5. Найти длину вектора $\vec{m}=(\overrightarrow{3a}-\overrightarrow{2b})-(\overrightarrow{5a}-\frac{1}{2}\vec{b})$, если $\vec{a}=(0;-1;2)$, $\vec{b}=(-2;4;6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}=(0;3;1)$ и $\vec{b}=(2;1;-1)$.
7. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}=6\vec{i}+3\vec{j}-3\vec{k}$ и $\vec{b}=3\vec{i}-2\vec{j}+6\vec{k}$.
8. Доказать, что ΔABC равнобедренный, если A(4;20), B(10;-2;3), C(-2;0;6).
9. Найти площадь треугольника, если A(1;1;1), B(2;3;4), C(4;3;2).
10. Найти длину вектора $\vec{a}+2\vec{b}$, если $\vec{a}=(0;1;2)$, $\vec{b}=(3;0;1)$.
11. При каком значении n векторы $\vec{a}=(-2n;2n+2;-2)$ и $\vec{b}=(3;-4;1)$ коллинеарны?
12. Даны векторы $\vec{a}=(2;0;-4)$ и $\vec{b}=(-2;3;-1)$. Найти длину вектора 0,5$\vec{a}-\vec{b}$.
13. Известно, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны и $\vec{a}=\{1;-2;4\}$, $\vec{b}=\{8;y;z\}$. Найти известные координаты вектора $\vec{b}$.
14. Найти сумму 2 векторов $\vec{a}=\{2;-1;4\}$ и $\vec{b}=\{3;6;-1\}$.
15. Дан вектор $\vec{r}=\{-3;1;4\}$. Найти координаты вектора 3$\vec{r}$.
16. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если A(1;2;-3), B(3;-2;1).
17. Найти проекцию вектора $\vec{a}=\{1;2;3\}$ на $\vec{b}=\{3;0;-1\}$.
18. Даны векторы $\vec{a}=\{1;3;-2\}$ и $\vec{b}=\{2;-1;z\}$. Найти координату z, если известно, что $\vec{a}\perp\vec{b}$.
19. Доказать, что треугольник с вершинами A(2;1;5), B(-1;0;3), C(5;-1;4) равнобедренный.

20. Найти координаты точки М, лежащей на оси Оу, если эта точка равноудалена от точек А(1;-1;2) и В(4;0;3).

21. Найти угол между векторами $\vec{a} = \{1; \sqrt{10}; 3\}$ и $\vec{b} = \{3; \sqrt{10}; -1\}$.

22. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \{1; 2; -3\}$ и $\vec{b} = \{2; -1; \sqrt{2}\}$.

Практическая работа № 20

Тема: Нахождение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов

Цель: формировать умения находить скалярное, векторное и смешанное произведение векторов

Задания для выполнения практической работы

1. Найти скалярное произведение $\left[\vec{a}(\vec{a}+\vec{b})\right]$, если $\vec{a} = (1;2;-1)$, $\vec{b} = (0;1;2)$.

2. Найти скалярное произведение $\left[3\vec{m}(\frac{1}{2}\vec{n}-\vec{m})\right]$, если $\vec{m} = (2;0;3)$, $\vec{n} = (4;2;4)$.

3. Найти угол между векторами $\vec{a} = \{1; \sqrt{10}; 3\}$ и $\vec{b} = \{3; \sqrt{10}; -1\}$.

4. Заданы векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$: $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$. Вычислите модуль векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

5. Для векторов $\vec{a}(1, 3, -1)$, $\vec{b}(-3, 0, -1)$ определите координаты и модуль вектора $[\vec{a}, \vec{b}]$.

6. Дано: $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a}\vec{b} = 12$. Найдите $\left|\left[\vec{a}, \vec{b}\right]\right|$.

7. Дано: $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 90^0$, $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$. Найдите $\left|\left[\vec{a} - 2\vec{b}, 2\vec{a} + 3\vec{b}\right]\right|$.

8. Найдите площадь параллелограмма, диагонали которого определяют векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$, если: $\vec{p} = \vec{m} + \vec{n}$, $\vec{q} = \vec{m} - \vec{n}$, $|\vec{m}| = |\vec{n}| = 1$, $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = 30°$.

9. Вычислите смешанное произведение векторов $\vec{a}(-2, 1, 5)$, $\vec{b}(3, 0, 2)$ и $\vec{c}(1, 4, -2)$. Укажите правой или левой является тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

10. Заданы вершины тетраэдра $A(2, 3, 1)$, $B(4, 1, -2)$, $C(6, 3, 7)$, $D(-5, -4, 8)$. Найдите длину высоты, опущенной из вершины D.

11. Вектор $\vec{a}$ перпендикулярен вектору $\vec{p}$ и вектору $\vec{q}$. Найдите смешанное произведение векторов $\vec{a}$, $\vec{p}$, $\vec{q}$, если $\varphi = \angle(\vec{p}, \vec{q}) = 45^0$, $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 1$, $|\vec{a}| = 4$.

12. Даны четыре вектора $\vec{a}(2, 1, -1)$, $\vec{b}(1, -1, 2)$, $\vec{c}(3, -2, 1)$, $\vec{d}(-8, 9, -1)$. Покажите, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ можно взять в качестве базиса. Найдите координаты вектора $\vec{d}$ в этом

базисе.

4.12. Типовые задания для оценки освоения раздела

Тема: Аналитическая геометрия на плоскости

Устный опрос

1. Что называет уравнением линии?
2. Лежат ли точки А(-3;9), В(2;1), С(7;2) на линии, заданной уравнением x^2-y=0?
3. Каким уравнением описывается прямая на плоскости?
4. Запишите уравнения осей координат.
5. Запишите уравнения прямых, параллельных осям координат.
6. Какой координатной оси параллельна прямая, заданная уравнением x+5=0? Начертите эту прямую.
7. Какой координатной оси параллельна прямая, заданная уравнением 2y-8=0? Начертите эту прямую.
8. Сформулируйте условие параллельности прямых.
9. Сформулируйте условие перпендикулярных прямых.
10. Как найти угол между прямыми?
11. Каким уравнением описывается кривая на плоскости?
12. Запишите каноническое уравнение эллипса.
13. Что называется эксцентриситетом эллипса? Какова его величина?
14. Уравнение эллипса со смещенным центром.
15. Чему равен эксцентриситет окружности?
16. Уравнение окружности со смещенным центром.
17. Запишите каноническое уравнение гиперболы
18. Какая гипербола называется равносторонней?
19. Запишите уравнение равносторонней гиперболы.
20. Чему равен эксцентриситет равносторонней гиперболы?

Практическая работа № 21

Тема: Составление уравнений прямых

Цель: приобретение умений решать задачи на составление уравнений прямых, применение различных уравнений прямой для решения задач

Задание для выполнения практической работы

1. Изучить теоретические вопросы
2. Выполнить указанное задание по индивидуальному варианту:

Даны вершины A(X_1;Y_1), B(X_2;Y_2), C(X_3;Y_3) треугольника ABC. Требуется найти:

а) уравнение стороны АС

б) уравнение высоты, проведенной из вершины В

в) длину высоты, проведенной из вершины А

г) величина (в радианах) угла В

д) уравнение биссектрисы угла В

1.	A(5;3),	B(-11;-9),	C(-4;15).
2.	A(-7;2),	B(5;-3),	C(8;1).
3.	A(1;-15),	B(6;-3),	C(2;0).
4.	A(-8;3),	B(4;-2),	C(7;2).
5.	A(6;3),	B(-10;-9),	C(-3;15).
6.	A(-9;6),	B(3;1),	C(6;5).
7.	A(20;5),	B(-4;12),	C(-8;9).
8.	A(-3;-7),	B(2;5),	C(-2;8).
9.	A(10;1),	B(-6;13),	C(1;6).
10.	A(0;-9),	B(5;3),	C(1;-11)

Практическая работа № 22

Тема: Составление уравнений кривых второго порядка

Цель: приобретение умений составления уравнений кривых второго порядка, нахождения основных элементов этих кривых

Задание для выполнения практической работы

Вариант 1

1. Составить уравнение окружности с центром в заданной точке S и данным радиусом r: S (4; -7), r=5;

2. Для указанных окружностей определить координаты центра S и радиус r:

а) $x^2+y^2-8x+12y-29=0$ б) $x^2+y^2+7y-18=0$

3. Найти координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет эллипсов:

а) $16x^2+25y^2=400$;

б) $2x^2+3y^2+8x-6y-25=0$

4. Найти координаты вершин, оси, фокусы, эксцентриситет и уравнения асимптот гиперболы: а) $4x^2-5y^2-100=0$ б) $x^2-3y^2+6y-15=0$

Вариант 2

1. Составить уравнение окружности с центром в заданной точке S и данным радиусом r: S (-6; 3), r= $\sqrt{2}$

2. Для указанных окружностей определить координаты центра S и радиус r:

а) $9x^2+9y^2-72+18y-208=0$ б) $4x^2+4y^2+16x-32y-41=0$

4. Найти координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет эллипсов:

а) $4x^2+9y^2=36$;

б) $3x^2+6x+2y^2-2y=0$

4. Найти координаты вершин, оси, фокусы, эксцентриситет и уравнения асимптот гиперболы: а) $4x^2-5y^2-100=0$ б) $x^2-y^2+4x-10y-25=0$

Вариант 3

1. Составить уравнение окружности с центром в заданной точке S и данным радиусом r: S (4; -7), r=5;
2. Для указанных окружностей определить координаты центра S и радиус r: а) $x^2 + y^2 + 7y - 18 = 0$
б) $4x^2 + 4y^2 + 16x - 32y - 41 = 0$
3. Найти координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет эллипсов: а) $25x^2 + 9y^2 = 900$
б) $16x^2 + y^2 - 64x - 4y + 52 = 0$
4. Найти координаты вершин, оси, фокусы, эксцентриситет и уравнения асимптот гиперболы: а) $16x^2 - 9y^2 + 144 = 0$ б) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$

Вариант 4
1. Составить уравнение окружности с центром в заданной точке S и данным радиусом r: S (-6; 3), r= $\sqrt{2}$
2. Для указанных окружностей определить координаты центра S и радиус r:
а) $x^2 + y^2 + 16x - 20y - 5 = 0$ б) $2x^2 + 2y^2 - 12x - 7 = 0$
3. Найти координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет эллипсов:
а) $16x^2 + 9y^2 = 144$
б) $9x^2 + 4y^2 - 36x + 8y + 4 = 0$
4. Найти координаты вершин, оси, фокусы, эксцентриситет и уравнения асимптот гиперболы:
а) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$ б) $4x^2 - 5y^2 - 100 = 0$

5. Контрольно-оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Форма промежуточной аттестации:
- дифференцированный зачёт (3 семестр),
- экзамен (4 семестр).

5.1. Задания промежуточной аттестации (дифференцированного зачета)

Дифференцированный зачет проводится в форме теоретических ответов на вопросы и решения задач.

Темы вопросов:

1. Понятие комплексного числа. Изображение комплексных чисел
2. Действия с комплексными числами.
3. Решение квадратных уравнений в комплексных числах.
4. Последовательности. Свойства последовательностей
5. Предел функции на бесконечности, в точке.
6. Производная функции. Правила вычисления производных.
7. Производная сложной функции.

8. Применение производной для исследования функций на монотонность.
9. Применение производной для исследования функций на экстремумы.
10. Вторая производная. Исследование функций на выпуклость, точки перегиба.
11. Нахождение наибольших и наименьших значений функции на отрезке, промежутке.
12. Первообразная. Правила нахождения первообразных.
13. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования.
14. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
15. Применение определенных интегралов в геометрии.
16. Несобственный интеграл.
17. Производные и дифференциалы высших порядков.
18. Двойные интегралы и их свойства.
19. Приложение двойных интегралов.
20. Числовые ряды. Исследование сходимости числовых рядов

Примерные задания:

1. Даны комплексные числа $z_1=-1-i$ и $z_2=\sqrt{3}+i$.

Вычислить: а) z_1+z_2; б) z_1-z_2; в) $z_1\cdot z_2$; г) $z_1:z_2$

2. Вычислите а) $i^8+i^{10}-2i^7$

б) $(4i-3)^2$

3. Решите уравнения

а) $x^2-8x+17=0$

б) $x^4-81=0$

4. Вычислите пределы

а). $\lim\limits_{x\to 2}(3x^2-4x+4)$

б). $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x+5}}{x}$

в). $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$

г). $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-6x+7}{10x^3+7x-8}$

5. Исследуйте непрерывность следующих функций:

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1, & если \quad x<1 \\ 4, & если \quad x\geq 1 \end{cases}$$ в точке x= 1;

6. Вычислите производные

а) $y=\dfrac{2^x-8x^2+3}{4\cos x+1}$;

б) $y=(\log_6 x+8x^2)\cdot(2tg\ x+4e^x)$.

7. Найдите вторые производные

а) $y = x^{10} - 8x^4 + 3\sqrt{x}$

б) $y = \sin 3x$

8. Найдите частные производные следующих функций двух переменных:

а) $f(x;y) = x \cdot \sin y + 2y \cdot \sin x$; б) $f(x;y) = \dfrac{16x^2 \cdot y^5 + 1}{y^2 \cdot \sin x - 3}$;

9. Найти промежутки монотонности и точки экстремума функции

$y = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$.

10. Исследовать на выпуклость и точки перегиба график функции

$$y = x^3 - 3x^2 + 2x$$

11. Найдите наибольшее значение функции $y = x + \dfrac{9}{x}$ на отрезке $[-4; -1]$

12. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = -x$

13. Вычислить определённый интеграл

а) $\int_1^2 e^{2x} dx$.

б) $\int_0^2 (3x^3 - 4x)dx$

14. Вычислите неопределённые интегралы

а) $\int x \cdot \sin x \cdot dx$; б) $\int (2x-5) \cdot \cos x \cdot dx$.

15. Вычислить объем тела вращения, полученного при вращении линий $2x - y = 2$, $x = 2$, $y = 0$ вокруг оси Ох.

16. Вычислить объем тела вращения, полученного при вращении линий $y = x^2$, $y = 5$ вокруг оси Оу.

17. Окно имеет форму прямоугольника, ограниченного сверху полукругом. Периметр окна равен 4. Определить радиус полукруга R, при котором площадь окна является наибольшей.

18. Компания продает товар по цене 2000 рублей, если объем партии не превышает 50 единиц. При большем объеме предоставляется скидка в размере 200 рублей на каждую последующую тысячу, превышающую уровень 50. При каком объеме заказа компания получаем наибольший доход?

19. При строительстве нефтехранилища оптимальная форма цилиндра при заданном объеме позволяет уменьшить расходы на материалы. Найти цилиндр с наименьшей площадью поверхности.

20. Установите, какие из последовательностей (a_n) сходящиеся, а какие расходящиеся:

а) $a_n = \dfrac{5(n+1)}{n}$; б) $a_n = \dfrac{n^2 + 3n - 6}{n+4}$; в) $a_n = \dfrac{2n^2 + 3n - 4}{3n^2 - 4n + 1}$; г) $a_n = \dfrac{1-n}{n^2 + n + 1}$.

5.2. Задания промежуточной аттестации (экзамена)

Экзамен проводится в форме теоретических ответов на вопросы и решения задач.

Темы вопросов:

1. Матрицы, виды матриц
2. Матрицы, действия над матрицами.
3. Определители 1-го, 2-го, 3-го порядков. Правило треугольников.
4. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
5. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
6. Система линейных уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
7. Решение систем уравнений матричным методом.
8. Векторы. Операции над векторами, их свойства.
9. Скалярное произведение векторов.
10. Векторное произведение векторов.
11. Смешанное произведение векторов.
12. Общее уравнение прямой.
13. Общее уравнение плоскости.
14. Взаимное расположение прямых, угол между прямыми в пространстве.
15. Линии второго порядка на плоскости.
16. Уравнение окружности и эллипса на плоскости.
17. Уравнение гиперболы и параболы на плоскости.

Примерные задания:

1. Вычислите матрицу 2A +B: $A=\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 6 \\ -2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 8 \\ 4 & 9 & 0 \end{pmatrix}$

2. Для данной матрицы A вычислите определитель по правилу треугольника

$$B=\begin{pmatrix} -3 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & 8 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислите определитель с помощью его разложения по элементам первой строки:

$$A=\begin{pmatrix} -7 & 0 & 4 \\ 6 & 1 & -3 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решите по методу Крамера систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ -3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -11. \end{cases}$$

5. Решите систему линейных уравнений матричным методом $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = -1, \\ 3x_1 + 4x_2 + 11x_3 = -2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 11x_3 = 4. \end{cases}$

6. Решите систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 8 \\ 4x + 5y + 6z = 19 \\ 7x + 8y + 0 = 1 \end{cases}$$

7. Найдите AB, если: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

8. Даны матрицы A и B. Найдите A·B, 3A ^{T} -B.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -3 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

9. Найти обратную матрицу A^{-1}: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

10. Найти координаты векторного произведения $\vec{a} \cdot 2\vec{b}$, если $\vec{a} = \{0;1;-1\}$, $\vec{b} = \{2;3;0\}$ 10. В параллелограмме OACB $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j}$, $\overrightarrow{OB} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Вычислить длины его диагоналей.

11. Имеет ли треугольник с вершинами A(0;5;0), B(4;3;-8), C(-1;-3;-6) тупой угол?

12. Найти длину вектора $\vec{m} = (\overrightarrow{3a} - \overrightarrow{2b}) - (\overrightarrow{5a} - \frac{1}{2}\vec{b}),$ если $\vec{a} = (0;-1;2)$, $\vec{b} = (-2;4;6)$

13. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = (0;3;1)$ и $\vec{b} = (2;1;-1)$.

14. Заданы вершины тетраэдра $A(2,3,1)$, $B(4,1,-2)$, $C(6,3,7)$, $D(-5,-4,8)$. Найдите длину высоты, опущенной из вершины D.

15. Найти координаты вершин, оси, фокусы, эксцентриситет и уравнения асимптот гиперболы: $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$

Критерии оценивания дифференцированного зачета, экзамена

Оценка выводится за выполнение каждого из вопросов билета и является их средним арифметическим.

Оценка теоретических вопросов.

Ответ оценивается ***отметкой «5»,*** если обучающийся:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником,
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость используемых при отработке умений и навыков;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов преподавателя. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые обучающийся легко исправил по замечанию преподавателя.

Ответ оценивается **отметкой «4»,** если он удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;
- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя.

Отметка «3» ставится в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала (определенные «Требованиями к математической подготовке обучающихся»);
- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;

- обучающийся не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Отметка «2» ставится, если:

- обучающийся обнаружил полное незнание и непонимание изучаемого учебного материала или не смог ответить ни на один из поставленных вопросов по изучаемому материалу.

Оценка выполнения практических заданий

Ответ оценивается ***отметкой «5»,*** если обучающийся:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником,
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов преподавателя. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые обучающийся легко исправил по замечанию преподавателя.

Ответ оценивается **отметкой «4»,** если он удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;
- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя.

Отметка «3» ставится в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала (определенные «Требованиями к математической подготовке обучающихся»);

- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;
- обучающийся не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Отметка «2» ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание обучающимся большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя.

6. Перечень материалов, оборудования и информационных источников, используемых в аттестации

1. Григорьев В. П. Элементы высшей математики: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования / В. П. Григорьев, Д. Ю. Дубинский, Т. Н. Сабурова. – Москва: Издательский центр «Академия», 2017. – 400 с.
2. Григорьев В. П. Сборник задач по высшей математике: учебное пособие для студентов учреждений среднего профессионального образования / В. П. Григорьев, Т. Н. Сабурова. – Москва: Издательский центр «Академия», 2017. – 160 с.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат 303540294533635982749676679132712847518854643065

Владелец Аскендерова Джамиля Букаровна

Действителен С 11.03.2025 по 11.03.2026