Тема: Запись числа в десятичной системе счисления
Цели:
1) рассмотреть запись числа в десятичной СС
2) познакомить с образованием чисел, научить читать

·Как известно, в десятичной системе счисления для записи чисел используется 10 знаков (цифр): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Из них образуются конечные последовательности, которые являются краткими записями чисел. Например, последовательность 3745 является краткой записью числа З ^{3} 10·+ 7 ^{2} 10 + 5.·+ 4.

3745= З ^{3} 10·+ 7 ^{2} 10 + 5·10+ 4

Определение. *Десятичной записью натурального числа x называется его представление в виде:* x = $a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot 10 + a_0$, где коэффициенты $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$, принимают значения 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и $a_n \pm 0$.

Сумму $a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot 10 + a_0$ в краткой форме принято записывать так:
$a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0$.
Так как понятие числа и его записи нетождественны, то существование и единственность десятичной записи натурального числа надо доказывать.

Теорема. Любое натуральное число *x* можно представить в виде:
x = $a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot 10 + a_0$, где коэффициенты $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$, принимают значения 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и $a_n \pm 0$, и такая запись единственна.

Доказательство существования записи числа *x* в виде (1). Среди последовательных чисел 1, 10, 10^2, 10^3,..., 10",... найдем наибольшую степень, содержащуюся в *x*, т.е. такую, что $10^n < x < 10^{n+1}$, что всегда можно сделать. Разделим (с остатком) число *x* на 10^n. Если частное этих чисел обозначить через a_n, а остаток через x_n, то $x = a_n \cdot 10^n + x_n$, где $a_n < 10$ и $x_n < 10^n$. Далее, разделив x_n на 10^{n-1}, получим: $x_n = a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + x_{n-1}$ откуда $x = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + x_{n-1}$

где $a_{n-1} < 10$ и $x_{n-1} < 10^{n-1}$. Продолжая деление, дойдем до равенства $x_2 = a_1 \cdot 10 + x_1$. Положив $x_1 = a_0$, будем иметь $x = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot 10 + a_0$, т.е. число *x* будет представлено в виде суммы степеней числа 10 с коэффициентами, меньшими 10, что и означает возможность записи числа *x* в десятичной системе счисления.

Доказательство единственности представления числа *x* в виде (1). Число *n* в равенстве (1) однозначно определяется условием $10^n < x < 10^{n+1}$. После того как *n* определено, коэффициент a_n находят из условия: $a_n \cdot 10^n < x < (a_n + 1) \cdot 10^n$. Далее, аналогичным образом определяются коэффициенты $a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$.

Десятичная запись числа позволяет просто решать вопрос о том, какое из них меньше.

Теорема. Пусть *x* и *y* - натуральные числа, запись которых дана в десятичной системе счисления:

$x = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot 10 + a_0,$
$y = b_n \cdot 10^n + b_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + b_1 \cdot 10 + b_0,$

Тогда число x меньше числа *y,* если выполнено одно из условий:
а) $n < m;$
б) $n = m$, но $a_n < b_n$
в) $n = m$, $a_n = b_n \ldots, a_к = b_к$, но $a_{к-1} < b_{к-1}$
Доказательство не приводится.

Например, если *x* = 345, а *y* = 4678, то x < y, так как первое число трехзначное, а второе - четырехзначное. Если *x* = 345, а *y* = 467, то x < *y,* так как в первом из двух трехзначных чисел меньше сотен. Если x = 3456, а *y* = 3467 , то *x < y,* так как, несмотря на то что в каждом из четырехзначных чисел число тысяч и сотен одинаковое, десятков в числе *x* меньше, чем в числе *y*.

Если натуральное число *x* представлено в виде $x = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot 10 + a_0$, то числа 1, 10, 10^2, ..., 10^n называют *разрядными единицами* соответственно первого, второго, ..., *n* + 1 разряда, причем 10 единиц одного разряда составляют одну единицу следующего высшего разряда, т.е. отношение соседних разрядов равно 10 - основанию системы счисления.

Три первых разряда в записи числа соединяют в одну группу и называют *первым классом,* или классом единиц. В первый класс входят единицы, десятки и сотни.

Четвертый, пятый и шестой разряды в записи числа образуют *второй класс* - класс тысяч. В него входят единицы тысяч, десятки тысяч и сотни тысяч.

Затем следует *третий класс* - класс миллионов, состоящий тоже из трех разрядов: седьмого, восьмого и девятого, т.е. из единиц миллионов, десятков миллионов и сотен миллионов.

Последующие три разряда также образуют новый класс и т.д. Выделение классов единиц, тысяч, миллионов и т.д. создает удобства для записи и прочтения чисел.

В десятичной системе всем числам можно дать название (имя). Это постигается следующим образом: имеются названия первых десяти чисел, затем из них в соответствии с определением десятичной записи и путем прибавления еще немногих слов образуются названия последующих чисел. Так, числа второго десятка (они представляются в виде $1 \cdot 10 + a_0$ образуются из соединения первых десяти названий и несколько измененного слова десять («дцать»): *одиннадцать* - один на десять, *двенадцать* - два на десять и т.д.

Может быть, естественнее было бы говорить «два и десять», но наши предки предпочли говорить «два на десять», что и сохранилось в речи.
Слово «двадцать» обозначает два десятка.

Числа третьего десятка (это числа вида $2 \cdot 10 + a_0$) получают путем прибавления к слову «двадцать» названий чисел первого десятка: двадцать один, двадцать два и т.д.

Продолжая далее счет, получим название чисел четвертого, пятого, шестого, седьмого, восьмого, девятого и десятого десятков. Названия этих чисел образуются так же, как и в пределах третьего десятка, только в трех случаях появляются новые слова: сорок (для обозначения четырех десятков), девяносто (для обозначения девяти десятков) и сто (для обозначения десяти десятков). Названия чисел второй сотни составляются из слова «сто» и названий чисел первого и последующих десятков. Таким путем образуются наименования: сто один, сто два, ..., сто двадцать и т.д. Отсчитав новую сотню, будем иметь две сотни, которые для краткости называют «двести». Для получения чисел, больших двухсот, снова воспользуемся названиями чисел первого и последующих десятков, присоединяя их к слову «двести». Затем получим особые названия: триста, четыреста, пятьсот и т.д. до тех пор пока не отсчитаем десять сотен, которые носят название **тысяча.**

Счет за пределами тысячи ведется так: прибавляя к тысяче по единице (тысяча один, тысяча два и т.д.), получим две тысячи, три тысячи и т.д. Когда же отсчитаем тысячу тысяч, то это число получит особое наименование - **миллион.** Далее считаем миллионами до тех пор, пока не дойдем до тысячи миллионов. Полученное новое число - тысяча миллионов - носит особое название **миллиард,** или **биллион.** В вычислениях миллион принято записывать в виде 10^6, миллиард - 10^9. По аналогии можно получить записи еще больших чисел: **триллион - $\mathbf{10^{12}}$, квадриллион** - 10^{15} и т.д.

Тысяча=1000=10^3

Миллион=1000000=10^6

Миллиард=1000000000=10^9

Триллион =$\mathbf{10^{12}}$

Квадриллион = 10^{15}

Таким образом, <u>для того чтобы назвать все натуральные числа в пределах миллиарда, потребовалось только 16 различных слов: один, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь, девять, десять, сорок, девяносто, сто, тысяча, миллион, миллиард.</u> Остальные названия чисел (в пределах миллиарда) образуются из основных.

Вопросы наименования и записи чисел рассматриваются в начальном курсе математики в разделе «Нумерация». При этом десятичной записью натурального числа считают его представление в виде суммы разрядных слагаемых. Например, 3000 + 700 + 40 + 5 есть сумма разрядных слагаемых числа 3745. Представление числа в виде таких сумм удобно для его наименования: три тысячи семьсот сорок пять.

Упражнения

1. Запишите число в виде суммы разрядных слагаемых:

а) 4725; 6)3370; в) 10255.

2. Какие числа представлены следующими суммами:

а) $6 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10 + 8$; б) $7 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10$;

в)$8 \cdot 10^4 + 10^3 + 3 \cdot 10 + 1$; г) $10^5 + 10^2$?

3. Напишите наибольшее трехзначное и десятизначное числа, в которых все цифры различны.

4. Решите арифметическим методом задачи из начального курса математики:

а) Сумма цифр двузначного числа равна 9, причем цифра десятков вдвое больше цифры единиц. Найдите это число.

б) Сумма цифр двузначного числа равна наименьшему двузначному числу. Цифра десятков обозначает число в 4 раза меньшее, чем цифра единиц. Какое это двузначное число?

Какие некорректности допущены в формулировках данных задач? Следует ли их исправлять?

5. Каждая цифра пятизначного числа на единицу больше предыдущей, а сумма его цифр равна 30. Какое это число?
6. Младшим школьникам предложена задача: «Запиши 5 четырехзначных чисел, используя цифры 2, 5, 0, 6 (одна и та же цифра не должна повторяться в записи числа)». А сколько вообще всевозможных четырехзначных чисел можно записать, используя цифры 2, 5, 0 и 6 гак, чтобы одна и та же цифра не повторялась в записи числа?

Домашнее задание №1 , № 2 (в,г) № 3, №4 а