

Тема: Уравнения и неравенства с одной переменной в начальном курсе математики.

Изучение простейших уравнений и способов их решений прочно вошло в систему начальной математической подготовки.

Изучение алгебраического материала начинается с подготовительного класса и проходит в тесной связи с изучением арифметического и геометрического материала.

Учащиеся начальных классов знакомятся с такими важнейшими понятиями как равенство, неравенство, уравнение.

Что же такое равенство, неравенство, уравнение?

Пусть a и b — числовые выражения. Числовые выражения или числа, между которыми стоит знак равенства, называются числовыми равенствами.

Неравенство — отношение, связывающее два числовые выражения или два числа посредством одного из знаков " $>$ " (больше), " $<$ " (меньше), " \geq " (больше или равно), " \leq " (меньше или равно), " \neq " (не равно).

Равенство с переменной $f(x) = g(x)$ называется уравнением с одной переменной.

Переходим к краткому обзору методики ознакомления с числовыми равенствами, неравенствами, уравнениями в традиционной школе.

Понятия о равенствах, неравенствах, уравнениях раскрываются во взаимосвязи.

Числовые равенства и неравенства изучаются параллельно. Упражнения с равенствами и неравенствами используются для раскрытия и применения арифметических знаний, а также для выработки вычислительных навыков.

Ознакомление с равенствами и неравенствами в традиционной школе непосредственно связывается с изучением нумерации и арифметических действий и происходит в несколько этапов.

На подготовительном этапе в дочисловой период, нужно в процессе практических упражнений с использованием пар понятий научить детей сравнивать предметы и устанавливать отношение "больше", "меньше", "одинаково". Приведем примеры наиболее распространенных пар понятий: больше-меньше, выше-ниже, шире-уже, правее-левее, старше-моложе, тяжелее-легче, толще-тоньше, дальше-ближе, быстрее-медленнее.

С первых же уроков отрабатывается умение сравнивать численности множеств. При этом начинать нужно с упражнений на установление между множествами взаимно однозначного соответствия.

Основой таких упражнений могут служить различные ситуации из обыденной жизни: каждому ученику в классе взаимно однозначно соответствует его ранец; каждой чашке в чайном приборе однозначно отвечает блюдце, на которое ставят чашку.

Предлагая учащимся упражнения на сравнение численности множеств, целесообразно начинать с множеств, каждое из которых составлено из однородных предметов, например, одно множество состоит из

треугольников, другое — из квадратов. Через некоторое время переходят к сравнению множеств разнородных предметов.

Полезно ознакомить учащихся с различными приемами попарного соотнесения предметов двух множеств. Первым приемом будет являться наложение предметов на наборном полотне друг на друга. Второй прием — изымание по одному предмету из каждого множества и откладывание полученных пар. Третий прием — сравнение двух множеств, элементы которых нельзя изымать, например, множеств предметов, изображенных на рисунке. Четвертый прием целесообразно применять для сравнения двух множеств, нарисованных предметов, если эти предметы не расположены линейно. Такое сравнение предметов “один к одному” дает возможность устанавливать не только, где больше, а где меньше, но и на сколько больше, на сколько меньше. Уже в подготовительный период включают упражнения на преобразование неравночисленных множеств в равночисленные и обратно.

Таким образом происходит непосредственный способ сравнения предметов в традиционной школе.

В традиционной школе преобладает знаковое моделирование — вводятся знаки отношений “>”, “<”, “=”.

Первые числовые равенства, с которыми знакомятся дети, образованы при ознакомлении с действиями сложения, вычитания в концентре “Десяток”.

Введение знака “<” можно осуществить, выполняя такое упражнение. Учитель на доске, а учащиеся в тетрадках рисуют один предмет, например квадрат (закрашивают одну клеточку). Отступив немного (три клетки) вправо, рисуют два квадрата. Ученики делают вывод, что слева квадратов меньше, чем справа. Под одним квадратом пишут цифру 1, а под двумя — цифру 2, произносят: “Число 1 меньше числа 2” и между написанными цифрами 1 и 2 ставят знак “<”. Подобным образом вводятся записи вида $1=1$, $2>1$.

Чтобы учащиеся не путали знаки “<” и “>”, полезно воспользоваться мнемоническим приемом: где палочки расходятся, записывают большее число, а где сходятся — меньшее число.

Работа над неравенствами ведется с I класса, органически сочетаясь с изучением арифметического материала. Программа по математике для I-III классов ставит задачу выполнять сравнение чисел, а также сравнение выражений с целью установления отношений “больше”, “меньше”, “равно”; научить записывать результаты сравнения с помощью знаков «>», «<», «=» и читать полученные неравенства.

Числовые неравенства учащиеся получают в результате сравнения заданных чисел или арифметических выражений. Поэтому знаками «>», «<», «=» соединяются не любые два числа, не любые два выражения, а лишь те, между которыми существуют указанные отношения. Если одно число больше (меньше) другого или одно выражение имеет значение больше (меньше), чем другое выражение, то, соединенные соответствующим знаком,

они образуют неравенство. Таким образом, первоначально у младших школьников формируются понятия только о верных неравенствах.

Однако в процессе работы над уравнениями, выражениями и неравенствами с переменной учащиеся, подставляя различные значения переменной, накапливают наблюдения и убеждаются в том, что равенства и неравенства бывают как верные, так и неверные. Такой подход к раскрытию понятий определяет соответствующую методику работы над равенствами, неравенствами, уравнениями.

Ознакомление с неравенствами в начальных классах непосредственно связывается с изучением нумерации и арифметических действий.

Сравнение осуществляется сначала на основе сравнения множеств, которое выполняется, как известно, с помощью установления взаимно однозначного соответствия. Этому способу сравнения множеств учат детей в подготовительный период и в начале изучения нумерации чисел первого десятка. Попутно выполняется счет элементов множеств и сравнение полученных чисел (кружков 7, треугольников 5, кружков больше, чем треугольников, 7 больше, чем 5). В дальнейшем при сравнении чисел учащиеся опираются на их место в натуральном ряду: 9 меньше, чем 10, потому что при счете число 9 называют перед числом 10; 5 больше, чем 4, потому что при счете число 5 называют после числа 4.

Сравнение величин сначала выполняется с опорой на сравнение самих предметов по данному свойству, а потом осуществляется на основе сравнения числовых значений величин, для чего заданные величины выражаются в одинаковых единицах измерения. Сравнение величин вызывает трудности у учащихся, поэтому, чтобы научить этой операции, надо систематически в I-III классах предлагать разнообразные упражнения, например: Подберите равную величину:

7 км 500 м = □ м, 3080 кг = □ т □ кг.

Подберите числовые значения величин так, чтобы запись верной:

□ ч < □ мин, □ см = □ дм □ см,

□ т □ ц = □ кг;

3) Вставьте наименование у величин так, чтобы запись была верной:

16 мин > 16...

Подобные упражнения помогают детям усвоить не только понятия равных и неравных величин, но и отношения единиц измерения.

Переход к сравнению выражений осуществляется постепенно. Сначала в процессе изучения сложения и вычитания в пределах 10 дети длительное время упражняются в сравнении выражения и числа (числа и выражения).

Первые неравенства вида $3+1>3$, $3-1<3$ полезно получать из равенства ($3=3$), сопровождая преобразования соответствующими операциями над множествами. Например, на классном наборном полотне и на партах отложено 3 треугольника и 3 кружка и записано: $3=3$. Учитель предлагает детям придвинуть к 3 треугольникам еще 1 треугольник и записать это ($3+1$ - запись под треугольниками). Число кружков не уменьшилось (3). Учащиеся сравнивают число треугольников и кружков и убеждаются, что

треугольников больше, чем кружков ($4 > 3$), значит, можно записать: $3+1 > 3$ (три плюс один больше, чем три). Аналогичная работа ведется над неравенством $3-1 < 3$ (три минус один меньше, чем три).

В дальнейшем выражение и число (число и выражение) учащиеся сравнивают, не прибегая к операциям над множествами; находят значение выражения и сравнивают его с заданным числом, что отражается в записях:

$$\begin{array}{lll} 5+3 > 5 & 2 < 7-4 & 7=4+5 \\ 8 > 5 & 2 < 3 & 7=7 \end{array}$$

После знакомства с названиями выражений учащиеся читают равенства и неравенства так: сумма чисел 5 и 3 больше, чем число 5; число 2 меньше, чем разность чисел 7 и 4, и т.п.

Опираясь на операции над множествами и сравнение множеств, учащиеся практически усваивают важнейшие свойства равенств и неравенств (если $a > b$, то $b < a$).